

## Higher Secondary “CBSE” On Demand Exam. December-2019

हायर सेकण्डरी परीक्षा 'सीबीएसई' ऑन डिमाण्ड योजना, दिसम्बर-2019 (द्वितीय अवसर)

**963**

विषय : गणित

**Subject: MATHEMATICS**

समय : 03 घण्टे

Time: 03 Hours

पूर्णांक : 100

Maximum Marks: 100

- 
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 1 से 12 हैं।
  - प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ पर लिखें।
  - कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं।
  - कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
  - इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है।
  - Please check that this question paper contains 1 to 12 printed pages.
  - Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
  - Please check that this question paper contains 29 questions.
  - Please write down the Serial Number of the question before attempting it.
  - 15 minutes time has been allotted to read this question paper.

**सामान्य निर्देश –**

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब, स, तथा द। खण्ड अ में 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड ब में 8 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक दो अंक का है। खण्ड स में 11 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है। खण्ड द में 6 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है।
- (iii) खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकतानुसार दिए जा सकते हैं।
- (iv) पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं। फिर भी खण्ड अ के 1 प्रश्न में, खण्ड ब के 3 प्रश्नों में, खण्ड स के 3 प्रश्नों में तथा खण्ड द के 3 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।
- (v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है। यदि आवश्यक हो, तो आप लघुगणकीय सारणियाँ माँग सकते हैं।

**General Instructions -**

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) The questions paper consists of 29 questions divided into four sections A,B,C and D. Section A comprises of 4 questions of one mark each. Section B comprises of 8 questions of 2 marks each. Section C comprises of 11 questions of four marks each and Section D comprises of 6 questions of six marks each.
- (iii) All questions in Section A are to be answered in one word, one sentences or as per the exact requirement of the question.
- (iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 1 question of Section A, 3 questions of Section B, 3 questions of Section C and 3 questions of Section D. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
- (v) Use of calculators is not permitted. You may ask for logarithmic tables, if required.

खण्ड – अSECTION - A

प्रश्न संख्या 1 से 4 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Question numbers 1 to 4 carry 1 mark each.

1. यदि A एक 3 कोटि का वर्ग आव्यूह इस प्रकार है कि  $|\text{Adj } A| = 225$ , तो  $|A|$  का मान ज्ञात कीजिए। (1)

If A is a square matrix of order 3 such that  $|\text{Adj } A| = 225$ , Find  $|A|$ .

2. यदि  $y = x|x|$  है, तो  $x < 0$  के लिए  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए। (1)

If  $y = x|x|$ , then find  $\frac{dy}{dx}$  for  $x < 0$ .

3. निम्न अवकल समीकरण की कोटि व घात ज्ञात कीजिए –  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = y^3$  (1)

Find the order and degree of the differential equation-  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = y^3$

4. उस रेखा के दिक् कोज्याएं ज्ञात कीजिए जो निर्देशांक अक्षों से समान कोण बनाती है। (1)

Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes.

अथवा / OR

एक रेखा किसी एक बिन्दु जिसकी स्थिति सदिश  $2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$  है, से गुजरती है और सदिश  $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  की दिशा में है। इस रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

A line passes through the point with position vector  $2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$  and is in the direction of the vector  $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ . Find the equation of the line in Cartesian form.

खण्ड — ब**SECTION - B**

प्रश्न संख्या 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।

Question numbers 5 to 12 carry 2 marks each.

5. सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a,b) : a \leq b^2\}$ , द्वारा परिभाषित (2)  
संबंध  $R$  न तो स्वतुल्य है, न सममित है।

Show that the relation  $R$  in the set  $R$  of real numbers, defined as

$R = \{(a,b) : a \leq b^2\}$  is neither reflexive nor symmetric.

6. निम्नलिखित समीकरण से  $x - y + z$  का मान ज्ञात कीजिए — 
$$\begin{bmatrix} x + y + z \\ x + z \\ y + z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Find the value of  $x - y + z$  from the following equation- 
$$\begin{bmatrix} x + y + z \\ x + z \\ y + z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

7. ज्ञात कीजिए — 
$$\int \frac{3x^2}{x^6+1} dx \quad (2)$$

Find — 
$$\int \frac{3x^2}{x^6+1} dx$$

अथवा / OR

ज्ञात कीजिए — 
$$\int x \cdot \sin x \, dx$$

Find — 
$$\int x \cdot \sin x \, dx$$

8. ज्ञात कीजिए — 
$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \log x} \quad (2)$$

Find — 
$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \log x}$$

9. वक्रों के कुल  $y = a \sin(x + b)$  जहाँ  $a$  और  $b$  स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल (2)

समीकरण को ज्ञात कीजिए।

Form the differential equation representing the family of curves  $y = a \sin(x + b)$ ,

where  $a$  and  $b$  are arbitrary constants.

10. यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  और  $\vec{c} = \lambda\hat{j} + 3\hat{k}$  समतलीय हैं, तो  $\lambda$  का मान ज्ञात (2)

कीजिए।

Find  $\lambda$  if the vectors  $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  and  $\vec{c} = \lambda\hat{j} + 3\hat{k}$  are coplanar.

अथवा / OR

उस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  और

$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  द्वारा दी गई है।

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the

vectors  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ .

11. यदि  $A$  और  $B$  इस प्रकार की स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = k$ ,  $P(A \cup B) = 0.6$ , (2)

तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = k$ ,  $P(A \cup B) = 0.6$  and  $A$  and  $B$  are given to be independent

events, find the value of 'k'.

अथवा / OR

दो गेंद एक बॉक्स से प्रतिस्थापन के साथ यादृच्छिक रूप से निकाली जाती हैं। बॉक्स में 10 काली और 8 लाल गेंदे हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए—

- (i) दोनों गेंदे लाल हों।
- (ii) प्रथम काली एवं दूसरी लाल हो।

Two balls are drawn at random with replacement from a box containing 10 black and 8 red balls, then find the probability that –

- (i) both balls are red
- (ii) First ball is black and second is red

12. दो सिक्कों को एक बार एक साथ उछालने पर चित्तों की संख्या,  $x$  का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। (2)

Find the probability distribution of  $x$ , the number of heads in a simultaneous toss of two coins.

खण्ड — स

### SECTION - C

प्रश्न संख्या 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

Question numbers 13 to 23 carry 4 marks each.

13. दर्शाइये कि  $f: \mathbb{R} - \left\{-\frac{4}{3}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{4}{3}\right\}$ ,  $f(x) = \frac{4x+3}{3x+4}$  द्वारा परिभाषित फलन एकैकी एवं आच्छादक है। (4)

Consider  $f: \mathbb{R} - \left\{-\frac{4}{3}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{4}{3}\right\}$  given by  $f(x) = \frac{4x+3}{3x+4}$ . Show that  $f$  is one-one and onto.

अथवा / OR

माना संक्रिय \* जो  $A = N \times N$  पर  $(a,b) * (c,d) = (a+c, b+d)$  द्वारा परिभाषित है दिखाइये कि यह संक्रिया \* –

- (i) क्रम विनिमेय है।
- (ii) साहचर्य है।

Let  $A = N \times N$  and \* be a binary operation on A defined by  $(a,b) * (c,d) = (a+c, b+d)$ . Show that \* is-

- (i) Commutative
- (ii) Associative

14. सिद्ध कीजिए कि –  $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$  (4)

Prove that –  $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$

15. सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि – (4)

$$\begin{vmatrix} x & x+y & x+2y \\ x+2y & x & x+y \\ x+y & x+2y & x \end{vmatrix} = 9y^2(x+y)$$

Using properties of determinates, prove that –

$$\begin{vmatrix} x & x+y & x+2y \\ x+2y & x & x+y \\ x+y & x+2y & x \end{vmatrix} = 9y^2(x+y)$$

16. यदि  $y = Pe^{ax} + Qe^{bx}$ , तो दर्शाइये कि –  $\frac{d^2y}{dx^2} - (a+b)\frac{dy}{dx} + aby = 0$  (4)

If  $y = Pe^{ax} + Qe^{bx}$ , show that –  $\frac{d^2y}{dx^2} - (a+b)\frac{dy}{dx} + aby = 0$

17. यदि  $x = a \sin t$  and  $y = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2})$  है, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए। (4)

If  $x = a \sin t$  and  $y = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2})$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

अथवा / OR

यदि  $y = (\cos x)^x + (\sin x)^{\frac{1}{x}}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

Find  $\frac{dy}{dx}$ , If  $y = (\cos x)^x + (\sin x)^{\frac{1}{x}}$

18. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें  $f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 - 45x^2 + 51$  द्वारा प्रदत्त फलन – (4)

(i) सतत वर्धमान है।

(ii) सतत ह्रासमान है।

Find the intervals in which the function  $f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 - 45x^2 + 51$  is -

(i) Strictly increasing

(ii) Strictly decreasing

19. ज्ञात कीजिए –  $\int \frac{(3 \sin x - 2) \cos x}{13 - \cos^2 x - 7 \sin x} dx$  (4)

Find –  $\int \frac{(3 \sin x - 2) \cos x}{13 - \cos^2 x - 7 \sin x} dx$

20. मान ज्ञात कीजिए –  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$  (4)

Evaluate -  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$

21. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$  का हल ज्ञात कीजिए। (4)

Solve the differential equation -

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$$

अथवा / OR



अवकल समीकरण  $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ , को हल कीजिए।

Solve the differential equation  $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$

22. सदिशों  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  और  $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  के लिए, सदिश  $\vec{b} + \vec{c}$  के अनुदिश मात्रक (4)

सदिश व सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  का अदिश गुणनफल 1 है।  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए और  $\vec{b} + \vec{c}$

के अनुदिश मात्रक सदिश भी ज्ञात कीजिए।

The scalar product of the vector  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  with a unit vector along the sum

of the vectors  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  is equal to 1. Find the value

of  $\lambda$  and hence find the unit vector along  $\vec{b} + \vec{c}$ .

23. बिन्दु  $(-1, -5, -10)$  और रेखा  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  तथा समतल  $x - y + z = 5$  के प्रतिच्छेद बिन्दु (4)

के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the distance between the point  $(-1, -5, -10)$  and the point of intersection of

the line  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  and the plane  $x - y + z = 5$ .

खण्ड — द**SECTION - D**

प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं।

Question numbers 24 to 29 carry 6 marks each.

24. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए— (6)

$$4x + 3y + 3z = 60$$

$$x + 2y + 3z = 45$$

$$6x + 2y + 3z = 70$$

Using matrices solve the following system of equations –

$$4x + 3y + 3z = 60$$

$$x + 2y + 3z = 45$$

$$6x + 2y + 3z = 70$$

**अथवा / OR**

प्रारम्भिक संक्रियाओं का प्रयोग करके आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$  का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$  using elementary operation.

25. समाकलन विधि से वृत्त  $x^2 = 4y$  और रेखा  $x = 4y - 2$  के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (6)

Using integration, find the area bounded by the curve  $x^2 = 4y$  and the line  $x = 4y - 2$ .

**अथवा / OR**

समाकलन विधि से उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष (1,0) (2,2) और (3,1) हैं।

Using method of integration, find the area of the triangle whose vertices are (1,0) (2,2) and (3,1).

26. मान लीजिए कि कोई लड़की एक पासा उछालती है। यदि उसे 5 या 6 की संख्या प्राप्त होती है (6)  
 है, तो वह एक सिक्के को तीन बार उछालती है और 'चित्तों' की संख्या नोट करती है। यदि  
 उसे 1, 2, 3 या 4 की संख्या प्राप्त होती है, तो वह एक सिक्के को एक बार उछालती है और  
 यह नोट करती है कि उस पर 'चित्त' या 'पट' प्राप्त हुआ यदि उसे ठीक एक चित्त प्राप्त होता  
 है, तो उसके द्वारा उछाले गये पासे पर 1, 2, 3 या 4 प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

Suppose a girl throws a die. If she gets 5 or 6. She tossed a coin three times  
 and notes the number of heads. If she gets 1, 2, 3 or 4 she tosses a coin once  
 and notes whether a head or tail is obtained. If she obtained exactly one head  
 what is the probability that she threw 1, 2, 3 or 4 with the die?

27. एक कंपनी दो प्रकार का सामान A और B बनाती है, जिसमें सोने व चाँदी का उपयोग होता है (6)  
 है। प्रकार A की प्रत्येक इकाई में 3g चाँदी व 1g सोना, तथा प्रकार B की प्रत्येक इकाई में  
 1g चाँदी व 2g सोना प्रयोग में आता है। कंपनी ज्यादा से ज्यादा 9g चाँदी व 8g सोने का  
 ही प्रयोग कर सकती है। यदि प्रकार A की एक इकाई से 40₹ का लाभ व प्रकार B की एक  
 इकाई से 50₹ का लाभ कमाया जाता है, तो अधिकतम लाभ अर्जित करने हेतु कंपनी को दोनों  
 प्रकारों की कितनी-कितनी इकाइयाँ बनानी चाहिए? उपर्युक्त समस्या को रैखिक प्रोग्रामन  
 समस्या में परिवर्तित करके आलेख विधि से हल कीजिए तथा अधिकतम लाभ भी ज्ञात कीजिए।  
 A company produces two types of goods, A and B that require gold and silver.  
 Each unit of type A requires 3g silver and 1g of gold while that of type B  
 requires 1g of silver and 2g of gold. The company can use at the most 9g of  
 silver and 8g of gold. If each unit of type A brings a profit of ₹ 40 and that of  
 type B ₹ 50, then find the number of units of each type that the company  
 should produce to maximize profit. Formulate the above LPP and solve it  
 graphically and also find the maximum profit.

28. सिद्ध कीजिए कि न्यूनतम पृष्ठ का दिये आयतन के लंब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई, आधार की त्रिज्या की  $\sqrt{2}$  गुनी होती है। (6)

Show that the right circular cone of least curved surface and given volume has an altitude equal to  $\sqrt{2}$  times the radius of the base.

29. बिन्दुओं जिनके स्थिति सदिश  $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ , तथा  $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  हैं, से गुजरने वाले समतल का सदिश व कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। उपर्युक्त समतल के समांतर समतल जो बिन्दु (2, 3, 7) से गुजरता है, का समीकरण भी लिखिए। अतः दोनों समांतर समतलों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। (6)

Find the vector and cartesian equation of the plane passing through the points having position vector  $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ,  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ , and  $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ . Write the equation of a plane passing through a point (2, 3, 7) and parallel to the plane obtained above. Hence find the distance between the two parallel planes.

अथवा / OR

बिन्दुओं (2, -1, 2) तथा (5, 3, 4) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए तथा बिन्दुओं (2, 0, 3), (1, 1, 5) तथा (3, 2, 4) से गुजरने वाले समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए। रेखा व समतल का प्रतिच्छेदन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए।

Find the equation of line passing through (2, -1, 2) and (5, 3, 4) and of the plane passing through (2, 0, 3), (1, 1, 5) and (3, 2, 4). Also find their point of intersection.

.....