

**Pre-Board Examination 2021**

**Class- 12<sup>TH</sup>**

**Subject- Mathematics**

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक: 100

निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं

(ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

(iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक प्रत्येक में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं आपको ऐसे सभी प्रश्नों में से केवल एक विकल्प को ही हल करना है।

(iv) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।

(v) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।

(vi) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।

(vii) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

(viii) जहाँ आवश्यक हो वहाँ साफ़ व स्वच्छ चित्र बनाइये।

1. सही विकल्प चुनकर लिखिए :

5

(i) समुच्चय  $\{a, b\}$  में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है।

(A) 10 (B) 16 (C) 20 (D) 8

(ii)  $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$  का मान बराबर है

(A)  $\frac{7\pi}{6}$  (B)  $\frac{5\pi}{6}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{6}$

(iii) यदि  $A$  तथा  $B$  समान कोटि के सममित आव्यूह हैं तो  $AB - BA$  एक

(A) विषम सममित आव्यूह है (B) सममित आव्यूह है (C) शून्य आव्यूह है (D) तत्समक आव्यूह है

(iv) यदि  $A$  एक  $3 \times 3$  कोटि का वर्ग आव्यूह है तो  $|kA|$  का मान होगा :

(A)  $k|A|$  (B)  $k^2|A|$  (C)  $k^3|A|$  (D)  $3k|A|$

(v)  $x = 0$  पर फलन  $f(x) = |x|$  फलन है

(A) सतत लेकिन अवकलनीय नहीं (B) असतत एवं अवकलनीय नहीं

(C) असतत एवं अवकलनीय (D) सतत एवं अवकलनीय

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये-

5

(i) यदि  $E_1$  तथा  $E_2$  दो स्वतंत्र घटनाएं हों तब  $P(E_1 \cap E_2) =$  \_\_\_\_\_ होगा

(ii) तीन कोटि वाले अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में अचरों की संख्या \_\_\_\_\_ होगी

(iii) उद्देश्य फलन के अधिकतम तथा न्यूनतम मान को \_\_\_\_\_ कहते हैं

(iv) वृत्त  $x^2 + y^2 = 9$  के प्रथम चतुर्थांश का क्षेत्रफल \_\_\_\_\_ है

(v) फलन  $\sin x + \cos x$  का उच्चिष्ठ मान \_\_\_\_\_ है

3. सत्य / असत्य लिखिए - 5
- (i) फलन  $f(x) = \cos x$ , अन्तराल  $[0, \pi]$  में वर्धमान है ।  
(ii) प्रत्येक सतत फलन अवकलनीय होता है ।  
(iii) वक्र  $y = x^3$  के बिन्दु  $(1,1)$  पर स्पर्श रेखा का समीकरण  $y = 3x + 2$  होगा ।  
(iv)  $x^{\frac{1}{x}}$  का महत्तम मान  $e^{\frac{1}{e}}$  होता है ।  
(v)  $y \leq 0$  का ग्राफ द्वितीय व तृतीय चतुर्थांश में है ।

4. सही जोड़ी बनाइये - 5

स्तम्भ " अ "

(i)  $\int \tan x \, dx$

(ii)  $\int \cot x \, dx$

(iii)  $\int \sec x \, dx$

(iv)  $\int \frac{1}{x^2 - a^2} \, dx$

(v)  $\int \frac{1}{x^2 + a^2} \, dx$

स्तम्भ " ब "

(a)  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + c$

(b)  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$

(c)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

(d)  $\log |\sin x| + c$

(e)  $\log |\sec x| + c$

(f)  $\log |\sec x + \tan x| + c$

5. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिये - 5

- (i) समुच्चय  $A = \{1,2,3\}$  से स्वयं तक सभी एकैकी फलन की संख्या कितनी होगी ?  
(ii)  $m$  के किस मान के लिए, रेखा  $y = mx + 1$  वक्र  $y^2 = 4x$  की एक स्पर्श रेखा होगी ।  
(iii)  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$  का मान लिखिए ।  
(iv)  $\int x^2 e^{x^3} \, dx$  का मान लिखिए ।  
(v) यदि पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है तो प्रत्येक पांसे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता कितनी होगी ?

6. यदि  $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  हो तो  $(A + 2B)'$  ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

यदि  $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$  है तो  $x$  तथा  $y$  के मान ज्ञात कीजिये ।

7. फलन  $f(x) = \frac{1}{x-5}$ ,  $x \neq 5$  के सांतत्य की जाँच कीजिये। 2

अथवा

यदि  $y = \sin(x^2 + 5)$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये ।

8.  $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} \, dx$  का मान ज्ञात कीजिये । 2

अथवा

$\int \sec x \, dx$  का मान ज्ञात कीजिये ।

9.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$  का मान ज्ञात कीजिये । 2

अथवा

$\int_0^2 x\sqrt{x+2} \, dx$  का मान ज्ञात कीजिये ।

10. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिये । 2  
अथवा  
सत्यापित कीजिये कि फलन  $y = a \cos x + b \sin x, a, b \in R$  अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$  का एक हल है।
11. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जिसके शीर्ष  $(3,8), (-4,2)$  और  $(5,1)$  हैं । 3  
अथवा  
यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix}$  हो, तो  $|A|$  ज्ञात कीजिये ।
12. क्या  $f(x) = \begin{cases} x+5, & x \leq 1 \\ x-5, & x > 1 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन, एक संतत फलन है । 3  
अथवा  
यदि  $x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये ।
13. दिखाइए की प्रदत्त फलन  $f,$   
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x, x \in R$   
 $R$  पर वर्धमान फलन है 3  
अथवा  
ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिये जिनका योग 15 है, और जिनके वर्गों का योग न्यूनतम हो ।
14. वक्र  $y = \sqrt{4x-3} - 1$  पर उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिये जिस पर स्पर्श रेखा की प्रवणता  $\frac{2}{3}$  है । 3  
अथवा  
वक्र  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 2$  के बिंदु  $(1,1)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिये ।
15. सिद्ध कीजिये की वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a,b): a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित फलन न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है । 4  
अथवा  
पूर्णाकों के समुच्चय  $Q$  पर परिभाषित द्विआधारी संक्रिया  $*$ ,  $a * b = \frac{ab}{2}$  के लिए निर्धारित कीजिये कि क्या  $*$  द्विआधारी क्रमविनिमेय है तथा क्या  $*$  साहचर्य है ?
16.  $\tan^{-1} \left[ 2 \cos \left( 2 \sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \right]$  का मान ज्ञात कीजिये । 4  
अथवा  
 $\sin \left[ \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \right]$  का मान ज्ञात कीजिये ।
17. यदि  $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, B = [1 \ 3 \ -6]$  है तो सत्यापित कीजिये  $(AB)' = B'A'$  4  
अथवा  
यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$  तथा  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  एवं  $A^2 = kA - 2I$  हो तो  $k$  ज्ञात कीजिये ।
18. आव्यूह  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$  में सत्यापित कीजिये कि  $A.(adjA) = (adjA).A = |A|.I$  4  
अथवा  
यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  हो तो  $adjA$  का मान ज्ञात कीजिये ।
19. रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिये-  
 $x + 2y \geq 10, 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$  तथा  $z = 200x + 500y$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये

अथवा

4

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत  $Z = 3x + 9y$  का अधिकतम मान ज्ञात कीजिये -

व्यवरोध  $x + 3y \leq 60$ ,  $x + y \geq 10$ ,  $x \leq y$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$

20. एक पांसे को 2 बार उछालने पर प्रकट हुई संख्या का योग 6 पाया गया, संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबन्धी प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

4

अथवा

दो थैले I और II दिए हैं। थैले I में 3 लाल और 4 काली गेंदे हैं जबकि थैले II में 5 लाल और 6 काली गेंदे हैं। किसी एक थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गयी है जो कि लाल रंग की है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि यह गेंद II थैले से निकाली गयी है।

21. एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएं क्रमशः  $\frac{1}{2}$  और  $\frac{1}{3}$  हैं। यदि दोनों, स्वतंत्र रूप से, समस्या हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि-
- (i) समस्या हल हो जाती है।
- (ii) उनमें से तथ्यतः कोई एक समस्या हल कर लेता है।

4

अथवा

एक पांसे पर 1,2,3 लाल रंग से और 4,5,6 हरे रंग से लिखे गए हैं। इस पांसे को उछाला गया। मान ले A घटना "संख्या सम है" और B घटना "संख्या लाल रंग से लिखी गयी है" को निरूपित करते हैं। क्या A और B स्वतंत्र हैं ?

22. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिये।

5

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$  तथा I कोटि 2 का एक तत्समक आव्यूह हो, तो दर्शाइए कि-

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

23.  $k$  के किस मान के लिए फलन  $f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  पर संतत होगा।

5

अथवा

यदि  $y = \sin^{-1} x$  तो दर्शाइए कि  $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

24.  $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$  का मान ज्ञात कीजिये।

5

अथवा

$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  का मान ज्ञात कीजिये।

25. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

5

अथवा

वक्र  $y = x^2$  एवं रेखा  $y = 4$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

26. अवकल समीकरण  $\sec^2 x \cdot \tan y \, dx + \sec^2 y \cdot \tan x \, dy = 0$  को हल कीजिये।

5

अथवा

अवकल समीकरण  $\log \left( \frac{dy}{dx} \right) = 3x + 4y$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिये। दिया हुआ है कि  $y = 0$  यदि  $x = 0$