

## उच्च गणित - 2011

समय-3 घण्टे |

कक्षा-12वीं

| पूर्णांक-100

निर्देश- (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। (2) प्रश्न-पत्र में दिये निर्देश, सावधानीपूर्वक पढ़कर प्रश्नों के उत्तर लिखिए। (3) प्रश्न-पत्र में दो खंड 'अ' एवं 'ब' दिये गये हैं। (4) खण्ड 'अ' में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं जिनके अन्तर्गत रिक्त स्थानों की पूर्ति, सत्य/असत्य, सही जोड़ी बनाना, एक शब्द में उत्तर तथा सही विकल्प का चयन करना है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है। (5) खण्ड 'ब' में प्रश्न क्रमांक 6 से 21 में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। (6) प्रश्न क्रमांक 6 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक आवंटित है। (7) प्रश्न क्रमांक 13 से 19 तक प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक आवंटित है। (8) प्रश्न क्रमांक 20 तथा 21 में प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक आवंटित है।

### खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

प्रश्न 1. प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न में दिये गये विकल्पों में से सही उत्तर लिखिए-

(1) यदि  $\frac{2x}{(x-3)(x+a)} = \frac{6}{x-3} + \frac{B}{x-a}$ , तो  $\alpha$  एवं B का मान है-

(अ) 2, -4 (ब) 4, -2

(स) -2, -4 (द) -2, 4

(2)  $\tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{3}{2} \right)$  का मान है-

(अ)  $\tan^{-1} \left( -\frac{2}{7} \right)$  (ब)  $\tan^{-1} (4)$

(स)  $\tan^{-1} \left( \frac{3}{7} \right)$  (द)  $\tan^{-1} \left( \frac{8}{7} \right)$

(3) एक रेखा के दिक् अनुपात 1,2,3 हैं, तो उसकी दिक् कोज्याएँ होंगी-

(अ)  $-\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}$  (ब)  $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}$

(स)  $\sqrt{14}, \sqrt{14}, \sqrt{14}$  (द) 1,2,3

- (4) यदि किसी त्रिभुज के शीर्षों के स्थिति सदिश क्रमशः  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  हों, तो इस त्रिभुज के केन्द्रक का स्थिति सदिश होगा-

(अ)  $\frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$  (ब)  $\frac{\vec{a}}{3}$

(स)  $\frac{\vec{b}}{3}$  (द)  $\frac{\vec{c}}{3}$

- (5)  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x$  का अवकल गुणांक है-

(अ) 0 (ब)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(स)  $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  (द)  $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

प्रश्न 2. निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य बताइए-

- (अ) मूल बिन्दु से समतल  $6x - 3y + 2z + 14 = 0$  की दूरी 2 है।  
 (ब) यदि सदिश  $\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$  और  $\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$  परस्पर लम्बवत् हैं, तो  $\lambda$  का मान 6 है।  
 (स) यदि दो चरों  $x$  एवं  $y$  में से चर  $x$  चर  $y$  पर निर्भर नहीं करता है, तो उनके मध्य शून्य सह-संबंध होगा।  
 (द)  $.4396E05 \div .3512E02 = .1251E08$ .  
 (इ) एक गोले का केन्द्र  $(3, 6, -4)$  है, यह समतल  $2x - 2y - z - 10 = 0$  को स्पर्श करता है, इस गोले की त्रिज्या  $4/3$  होगी।

प्रश्न 3. सही जोड़ी बनाइये-

(अ)

(ब)

(i)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

(a)  $\log(\sec x + \tan x) + c$

(ii)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

(b)  $x \sin^{-1} \sqrt{1-x^2} + c$

(iii)  $\int \sec x dx =$

(c)  $\frac{1}{2a} \log\left(\frac{a+x}{a-x}\right) + c$

$$(iv) \int \sin^{-1} x dx = \quad (d) \frac{1}{a} \tan\left(\frac{x}{2}\right) + c$$

$$(v) \text{ यदि } a = b, \text{ तो } \int \frac{dx}{a + b \cos x} = \quad (e) \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

प्रश्न 4. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

- (अ) समाश्रयण रेखाओं की संख्या ..... है।  
 (ब) एक कण सरल रेखा में गतिमान है। उसका विस्थापन  $s = 4t - 2t^2$  से दिया जाता है तो कण ..... सेकण्ड बाद विरामावस्था में आ जायेगा, जहाँ  $t$  सेकण्ड में है।  
 (स)  $e^x$  का  $x^4$  के सापेक्ष अवकल गुणांक ..... है।  
 (द) बिन्दुओं  $(1, -2, 3)$  एवं  $(3, 2, 4)$  से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ..... है।  
 (इ) एक त्रिभुज की भुजाओं द्वारा क्रमानुसार निरूपित सदिशों का योग ..... होता है।

प्रश्न 5. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर एक शब्द/वाक्य में दीजिए-

- (अ) सिम्पसन के एक तिहाई नियम का सूत्र लिखिये।  
 (ब) आंकिक विधियों में समलम्ब चतुर्भुज नियम का सूत्र लिखिये।  
 (स) समतल  $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 7$  पर मूल-बिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई क्या है? <http://www.mpboardonline.com>  
 (द) सिम्पसन का नियम किस सिद्धान्त पर आधारित है?  
 (इ) समीकरण  $x^4 - x - 10 = 0$  का मूल किस अन्तराल में स्थित है?

**खण्ड-ब (अति लघुत्तरीय प्रश्न)**

प्रश्न 6. भिन्न  $\frac{2x-5}{(x+3)(x+1)^2}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिये।

(अथवा) भिन्न  $\frac{2x^2+5x-11}{x^2+2x-3}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिये।

प्रश्न 7. यदि  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi/2$ , तो सिद्ध कीजिये कि-  
 $xy + yz + zx = 1$ .

(अथवा) सिद्ध कीजिये कि-

$$\cos [\tan^{-1} (\sin (\cos^{-1} x))] = \frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$$

प्रश्न 8. यदि  $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$  तो सिद्ध कीजिये कि-

$$(1-x^2) \frac{dy}{dx} - xy - 1 = 0.$$

(अथवा)  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$  का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 9. यदि  $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$  तो दिखाइये कि-

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$$

(अथवा) फलन  $\tan^{-1} \left( \frac{2x}{1-x^2} \right)$  का  $\sin^{-1} \left( \frac{2x}{1+x^2} \right)$  के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 10. रोले की प्रमेय लिखिए तथा इसकी जाँच फलन  $f(x) = x^2 - 1$  के लिये अन्तराल  $[-1, 1]$  में कीजिए।

(अथवा) एक वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी प्रति सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। क्षेत्रफल में वृद्धि किस दर से होगी यदि त्रिज्या 7 सेमी है।

प्रश्न 11. सिद्ध कीजिये कि सहसंबंध गुणांक का मान  $-1$  से  $1$  के बीच होता है।

(अथवा) निम्न आँकड़ों के लिये सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिये-

x	y
15	12
16	17
17	15
17	16
18	12
20	15
10	11

प्रश्न 12. यदि समाश्रयण रेखाओं के बीच का कोण  $\theta$  हो, तो सिद्ध कीजिये कि-

$$\tan \theta = \left| \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \right| \left| \frac{p^2 - 1}{p} \right|$$

(अथवा) यदि समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः  $2x - 9y + 6 = 0$  तथा  $x - 2y + 1 = 0$  हों, तो सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिये।

( लघु उत्तरीय प्रश्न )

प्रश्न 13. उन रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिये जिनकी दिक् कोज्याएँ निम्नांकित समीकरणों द्वारा निर्धारित हैं-

$$3l + m + 5n = 0, 6mn - 2nl + 5lm = 0.$$

( अथवा ) उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं  $(-1, 1, 1)$  एवं  $(1, -1, 1)$  से गुजरता है तथा समतल  $x + 2y + 2z = 5$  पर लम्ब है।

प्रश्न 14. सिद्ध कीजिये कि-

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

( अथवा ) एक गोले के व्यास के दो सिरों के निर्देशांक  $(4, 5, 1)$  तथा  $(3, -2, -1)$  हैं। गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिये तथा उससे कार्तीय समीकरण भी व्युत्पन्न कीजिये।

प्रश्न 15.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}}$  का मान ज्ञात कीजिये।

( अथवा ) सांतत्यता की परिभाषा लिखिये एवं सिद्ध कीजिये कि  $f(x) = |x|$ ,  $x = 0$  पर संतत है।

प्रश्न 16.  $\int \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}} dx$  का मान ज्ञात कीजिये।

( अथवा )  $\int \frac{dx}{\sin(x-\alpha) \sin(x-\beta)}$  का मान ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 17. दो वक्रों

$$y^2 = 4ax \text{ और } x^2 = 4ay$$

के मध्य घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

( अथवा ) सिद्ध कीजिये कि-

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \pi/4$$

प्रश्न 18. अवकल समीकरण

$$(x+y) dy = (x+y+1) dx$$

को हल कीजिये।

(अथवा) अवकल समीकरण

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$$

का हल ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 19. छात्र A के उत्तीर्ण होने की प्रायिकता  $\frac{3}{5}$  तथा B के उत्तीर्ण होने की प्रायिकता

$\frac{4}{5}$  है। A का उत्तीर्ण होना, B का उत्तीर्ण होना दोनों स्वतंत्र घटनाएँ मानकर

निम्नांकित प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिये-

- (अ) दोनों छात्र परीक्षा में उत्तीर्ण हों।
- (ब) केवल A उत्तीर्ण हो।
- (स) केवल B उत्तीर्ण हो।
- (द) दोनों में से केवल एक उत्तीर्ण हो।
- (इ) दोनों में से कोई उत्तीर्ण न हो।

(अथवा) एक सिक्का 6 बार उछाला जाता है। कम-से-कम 3 शीर्ष आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

प्रश्न 20. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं (1,1,1) (1,2,1) (1,1,2) और (2,1,1) से होकर जाता है।

(अथवा) बिन्दु (1,2,3) का रेखा

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$$

पर प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 21. सदिश विधि से घन के विकर्णों के मध्य कोण ज्ञात कीजिये।

(अथवा) उन रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिये जिनके सदिश समीकरण-

$$\vec{r} = (1+2\lambda)\hat{i} + (2+3\lambda)\hat{j} + (3+4\lambda)\hat{k}$$

$$\text{तथा } \vec{r} = (2+3\mu)\hat{i} + (3+4\mu)\hat{j} + (4+5\mu)\hat{k} \text{ है।}$$

<http://www.mpboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से