

म. प्र. बोर्ड कक्षा 10 गणित प्रश्न पत्र एवम हल 2017

निर्देश:

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
 2. प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं।
 3. प्रश्न क्रमांक 6 से 26 में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।
 4. जहाँ आवश्यक हो स्वच्छ एवं नामांकित चित्र बनाइये।
- प्र.1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए:

1- जब $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ तो समीकरण निकाय $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ (1×5=5)

- अ. के दो हल होंगे
 - ब. का कोई हल नहीं होगा
 - स. के अनन्ततः अनेक हल होंगे
 - द. का अद्वितीय हल होगा
- 2- समीकरण $2x + 3y = 6$ में, यदि $y = 0$ हो तो x का मान लिखिए।
- अ. 3
 - ब. -3
 - स. 0
 - द. $\frac{1}{3}$

3- वर्ग समीकरण का विविक्तकर है:

- अ. $-b^2 + 4ac$
- ब. $b^2 - 4ac$
- स. $-b^2 - 4ac$
- द. $b^2 + 4ac$

4- सभी वृत्त होते हैं:

- अ. सवांगसम
- ब. समान

- स. समरूप
द. उपरोक्त सभी
5. वृत्त के चाप, चाप द्वारा केन्द्र पर बने कोण तथा उसकी त्रिज्या में संबंध है:

अ.
$$\text{चाप} = \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{कोण}}$$

ब.
$$\text{त्रिज्या} = \frac{\text{कोण}}{\text{चाप}}$$

स.
$$\text{चाप} = \text{त्रिज्या} + \text{कोण}$$

द.
$$\text{कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

उत्तर: (1) (द) का अद्वितीय हल होगा।

(2) (अ) 3

(3) (ब) $b^2 - 4ac$

(4) (स) समरूप

(5) (द)
$$\text{कोण} = \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$$

प्र.2 निम्नलिखित में सत्य/असत्य लिखिए:

(1×5=5)

1. बीजीय व्यंजक $x^2 + x\sqrt{x}$ बहुपद है।
2. शिक्षा उपकर अप्रत्यक्ष कर है।
3. चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 360° होता है।
4. घनाभ के सभी चारों विकर्ण बराबर होते हैं।
5. 7, 8, 9 का समान्तर माध्य 9 है।

उत्तर: (अ) असत्य

(ब) सत्य

(स) असत्य

(द) सत्य

(इ) असत्य

प्र.3 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए:

(1×5=5)

1. रेखीय बहुपद $ax+b$ का शून्यकहै।
2. किशतो में दी गयी राशि हमेशा वस्तु के नगद मूल्य या नकद भुगतान की राशि से रहती है।
3. त्रिभुज की तीनों माध्यिकाएँ होती हैं।
4. किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु से खींची गयी दो स्पर्श रेखाएँ होती हैं।
5. किसी असंभव घटना की प्रायिकताहोती है।

(1) $\frac{-b}{a}$

(2) अधिक

(3) संगामी

(4) समान

(5) शून्य (0)

प्र.4 प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर लिखिए:

(1×5=5)

1. 9: 25 का वर्गानुपात क्या होगा?
2. व्यावसायिक कर की परिभाषा लिखिए।
3. वृत्त की अवधा किसे कहते हैं?
4. दृष्टि रेखा किसे कहते हैं?
5. खोखले बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(1) 9: 25 का वर्गानुपात = $\frac{9^2}{25^2}$

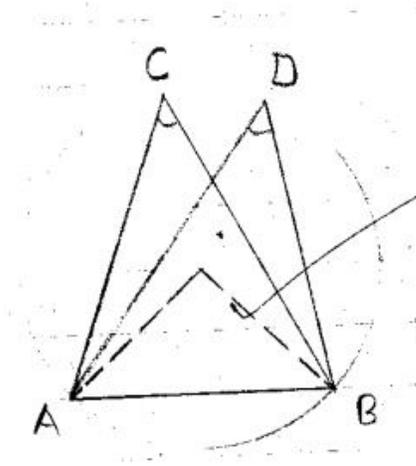
= $\frac{81}{625}$

= 81.625

Ans.

(2) प्रत्येक आयकर दाता को उसकी देय आय पर छूट प्रदान की जाती है। इसे ही व्यावसायिक कर कहते हैं। प्रत्येक आयकर दाता के आयकर की गणना कुल आय में से व्यावसायिक कर घटाकर की जाती है।

(3) वृत्त की अवधा: किसी वृत्त में स्थित किसी चापकर्ण द्वारा बनाया गया या घेरा गया भाग वृत्त की अवधा (ACB) कहलाता है।



(4) दृष्टि रेखा: दृष्टि रेखा वह रेखा होती है जो हमारी आँख को, वस्तु से जोड़ती है। जिसे हम देख रहे हैं।

(5) खोखले बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2\pi(r_1 + r_2)h + 2\pi(r_1^2 - r_2^2)$

प्र.5 सही जोड़ी बनाइए:

(1×5=5)

स्तंभ 'अ'		स्तंभ 'ब'
1. $\tan(90^\circ - \theta)$	(a)	$\sqrt{3}$
2. $\frac{1}{\sec \theta}$	(b)	∞
3. $\tan 90^\circ$	(c)	1
4. $\sin \theta \times \operatorname{cosec} \theta$	(d)	$\cot \theta$
5. $\sin \theta$	(e)	$\cos \theta$
	(f)	$\sqrt{1 - \cos^2 \theta}$
	(g)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

स्तम्भ 'अ' - स्तम्भ 'ब'

1. $\tan(90^\circ - \theta)$	(a)	$\cot \theta$
2. $\frac{1}{\sec \theta}$	(b)	$\cos \theta$
3. $\tan 90^\circ$	(c)	∞
4. $\sin \theta \times \operatorname{cosec} \theta$	(d)	1
5. $\sin \theta$	(e)	$\sqrt{1 - \cos^2 \theta}$

प्र.6 भुजा-कोण-भुजा समरूपता के अभिलक्षणिक गुणधर्म लिखिए।

2

अथवा

त्रिभुज की समरूपता के लिए कौन-कौन से प्रतिबंध हैं?

त्रिभुज की समरूपता के लिए आवश्यक प्रतिबंध निम्न हैं-

(1) उनके संगत कोण बराबर हो।

(2) उनकी संगत भुजाओं का अनुपात समान हो।

प्र.7 दो त्रिभुजों में भुजाओं तथा कोण के माप निम्नानुसार हैं। दिखाइये कि $\triangle ABC$, $\triangle PQR$

के समरूप हैं या नहीं?

2

$AB = 4$ सेंटीमीटर, $AC = 5$ सेंटीमीटर, $\angle A = 60^\circ$] $PQ = 6$ सेंटीमीटर, $PR = 7.5$ सेंटीमीटर, $\angle P = 60^\circ$

अथवा

आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय (थेल्स प्रमेय) का विलोम कथन लिखिए।

आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय (थेल्स) प्रमेय का विलोम कथन:- यदि किसी त्रिभुज में कोई सरल रेखा उसकी दो भुजाओं को समानुपात में विभक्त करे, तो वह रेखा तीसरी भुजा के समान्तर होती है।

प्र.8 जाँच कीजिए कि क्या 8 सेंटीमीटर, 15 सेंटीमीटर और 17 सेंटीमीटर समकोण त्रिभुज की भुजाएँ हैं?

2

माना कि समकोण $\triangle ABC$ में,

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$b = 15 \text{ cm}$$

$$c = 17 \text{ cm}$$

तब,

$$\ominus \quad c^2 = a^2 + b^2$$

$$17^2 = 8^2 + 15^2$$

$$289 = 64 + 225$$

$$289 = 289$$

अतः भुजा C के सामने का कोण समकोण होगा। क्योंकि समकोण \triangle की कर्ण भुजा का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

अतः 8 cm, 15 cm और 17 cm समकोण \triangle भुजाएँ हैं।

अथवा

समरूप एवं समरूपता का क्या अर्थ है?

- प्र.9 10 मोटर साइकिल सवारों की गति किलोमीटर/घण्टा में रिकार्ड की गयी जो निम्नलिखित है: 47, 53, 49, 60, 39, 42, 53, 52, 53, 55 उपरोक्त आँकड़ों से माध्य ज्ञात कीजिये।

2

47, 53, 49, 60, 39, 42, 53, 52, 53, 55

माध्य $\bar{x} = ?$

माध्य $\bar{x} =$ पद मानो का योगफल / पदों की कुल संख्या

$$\bar{x} = \frac{47+53+49+60+39+42+53+52+53+55}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{503}{10}$$

$$\bar{x} = 50.3 \text{ km/h}$$

Ans.

अथवा

वर्गीकृत आँकड़ों के माध्य की गणना करने की दो विधियों का नाम लिखिये।

- प्र.10 यदि कल बरसात होने की संभावना (प्रायिकता) 0.4 है तो कल बरसात न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

2

दिया है,

कल बरसात होने की प्रायिकता $p = 0.4$

कल बरसात न होने की प्रायिकता $q = ?$

$$\ominus p + q = 1$$

$$0.4 + q = 1$$

$$q = 1 - 0.4$$

$$q = 0.6$$

अतः कल बरसात न होने की प्रायिकता 0.6 है।

अथवा

एक पाँसे को फेंकने पर 4 से बड़ा अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- प्र.11 5 सेंटीमीटर त्रिज्या वाले वृत्त के केन्द्र से 3 सेंटीमीटर की दूरी पर स्थित जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

3

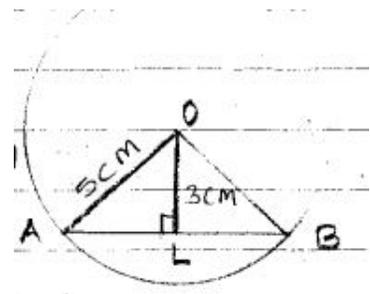
दिया है,

वृत्त $C(O, r)$ में,

त्रिज्या $AO = 5 \text{ cm}$

वृत्त के केन्द्र से जीवा की दूरी $OL = 4 \text{ cm}$

जीवा की लम्बाई $AB = ?$



$$\odot \quad OL \perp AB$$

$$AL = LB$$

समकोण $\triangle ALO$ में,

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$\text{कर्ण}^2 = \text{लम्ब}^2 + \text{आधार}^2$$

$$AO^2 = OL^2 + AL^2$$

$$(5)^2 = (3)^2 + AL^2$$

$$25 = 9 + AL^2$$

$$25 - 9 = AL^2$$

$$AL^2 = 16$$

$$AL = \sqrt{16} = \sqrt{4^2}$$

$$AL = 4 \text{ cm}$$

$$\text{अतः जीवा की लम्बाई} = 2 \times AL$$

$$= 2 \times 4$$

$$= 8 \text{ cm}$$

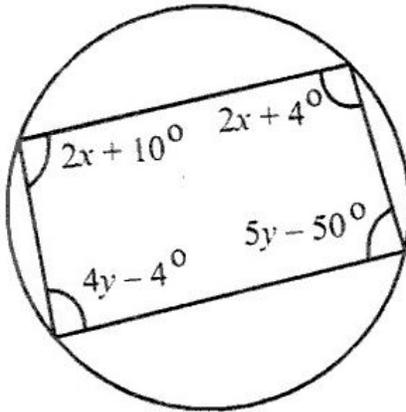
Ans.

अथवा

सिद्ध कीजिए कि अर्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है।

प्र.12 दी गयी आकृति में ग और ल का मान ज्ञात कीजिए।

3



अथवा

सिद्ध कीजिए कि यदि किसी वृत्त के केन्द्र से जीवा पर लंब डाला जाये तो वह जीवा को दो बराबर भागों में विभाजित करता है।

दिया है,

वृत्त $C(O, r)$ में,

$OL \perp PQ$

सिद्ध करना है:- $PL = LQ$

रचना:- OP तथा OQ को मिलाया।

उपपत्ति:- $\triangle OPL$ तथा $\triangle OQL$ में,

$OP = OQ$ (वृत्त की त्रिज्याएँ हैं)

$OL = OL$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$\angle OLP = \angle OLQ$ (समकोण, $\odot OL \perp PQ$)

$\therefore \triangle OPL \cong \triangle OQL$ (भुजा कोण भुजा सर्वांगसमता से)

अतः $PL = LQ$ (स. त्रि. सं. अ.) सिद्ध हुआ।

अर्थात् वृत्त के केन्द्र O से PQ जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है।

प्र.13 निम्नलिखित वर्गीकृत आँकड़ों से किसी कक्षा के विद्यार्थियों की परीक्षा के प्राप्तांकों के माध्य की गणना कीजिए: 3

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
0-10	12
10-20	18
20-30	27
30-40	20
40-50	17
50-60	06

अथवा

यदि एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया गया हो तो इस वर्ष में 53 गुरुवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

दिया है

एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया गया।

\odot एक लीप वर्ष में 366 दिन होते हैं। जिसमें 52 सप्ताह तथा 2 दिन शेष दिन शेष होंगे।

अर्थात् लीप वर्ष में 52 गुरुवार अवश्य होंगे। तब शेष 2 दिन की प्रायिकता =?

प्रतिदर्श समष्टि $S = \{(रविवार, सोमवार), (सोमवार, मंगलवार), (शुक्रवार, शनिवार), (शनिवार, रविवार)\}$

कुल परिणामों की संख्या $n(S) = 7$

गुरुवार आने के अवसर $E = \{(बुधवार, गुरुवार), (गुरुवार, शुक्रवार)\}$

$$\therefore n(E) = 2$$

$$\begin{aligned} \text{प्रायिकता } p_E &= \frac{n(E)}{n(S)} \\ &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

Ans.

प्र.14 निम्नलिखित बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

3

वर्ग अंतराल	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
बारंबारता	10	17	26	22	15

अथवा

निर्वाह खर्च सूचकांक के कोई तीन उपयोग लिखिए।

निर्वाह खर्च सूचकांक के तीन उपयोग निम्न हैं:-

- (1) निर्वाह खर्च सूचकांक का उपयोग वस्तुओं के फुटकर मूल्यों तथा सेवाओं में हुए परिवर्तन को मापने में किया है।
- (2) कर्मचारियों को वेतनमान, महँगाई भत्ता तथा बोनस देने के लिए इसका उपयोग किया जाता है।
- (3) मुद्रा की क्रय शक्ति तथा वास्तविक आय में हुए परिवर्तन को मापने के लिए इसका उपयोग किया जाता है।

प्र.15 प्रतिस्थापन विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए:

4

$$3x + 2y = 14$$

$$-x + 4y = 7$$

अथवा

किसी परिमेय संख्या के हर में 5 जोड़ने और उसके अंश में से 5 घटाने पर $\frac{1}{7}$ प्राप्त होता है। यदि उसके अंश में से 4 घटाया जाये तो $\frac{1}{3}$ प्राप्त होता है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

माना कि परिमेय संख्या का अंश = x

हर = y

\therefore परिमेय संख्या = $\frac{x}{y}$

प्रथम प्रतिबंध के अनुसार,

हर में 5 जोड़ने तथा अंश में 5 घटाने पर $\frac{1}{7}$ प्राप्त होता है।

तब,

$$\frac{x-5}{y+5} = \frac{1}{7}$$

$$7(x-5) = y+5$$

$$7x-35 = y+5$$

$$7x-y = 5+35$$

$$7x-y = 40 \dots\dots\dots(1)$$

द्वितीय प्रतिबंध के अनुसार,

अंश में से 4 घटाया जाए तो $\frac{1}{3}$ प्राप्त होता है।

तब,

$$\frac{x-4}{y} = \frac{1}{3}$$

$$3(x-4) = y$$

$$3x-12 = y$$

$$3x-y = 12 \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) तथा समी. (2) में,

$$7x-y = 40$$

$$3x-y = 12$$

समी. (1) में 3 का गुणा करने पर,

समी. (2) में 7 का गुणा करने पर,

$$3 \times (7x-y = 40)$$

$$7 \times (3x-y = 12)$$

$$21x-3y = 120 \dots\dots\dots(3)$$

$$21x-7y = 84 \dots\dots\dots(4)$$

समी. (3) तथा समी. (4) में

$$\begin{array}{r}
 21x - 3y = 120 \\
 21x - 7y = 84 \\
 \hline
 + 4y = 36 \\
 = 36 \\
 = 9
 \end{array}$$

y का मान समी. (1) में रखने पर,

$$7x - y = 40$$

$$7x - 36 = 40$$

$$7x = 40 + 36$$

$$7x = 76$$

$$21x - 3y = 120$$

$$21x - 7y = 84$$

$$- \quad + \quad -$$

$$4y = 36$$

$$y = \frac{36}{4}$$

$$y = 9$$

y का मान समी. (1) में रखने पर

$$7x - y = 40$$

$$7x - 9 = 40$$

$$7x = 40 + 9$$

$$7x = 49$$

$$x = \frac{49}{7}$$

$$x = 7$$

अतः परिमेय संख्या का अंश = $x = 7$

हर = $y = 9$

परिमेय संख्या = अंश / हर

$$= \frac{x}{y}$$

$$= \frac{7}{9}$$

Ans.

प्र.16 x और y के लिए निकाय समीकरण को हल कीजिए:

$$x + ay = b$$

$$ax - by = c$$

अथवा

त्रिभुज PQR में $\angle P = x^\circ$, $\angle Q = 3x^\circ$ और $\angle R = y^\circ$, है। यदि $3y - 5x = 30$, तो त्रिभुज PQR के प्रत्येक कोण ज्ञात कीजिए।

दिया है,

ΔPQR में,

$$\angle P = x^\circ$$

$$\angle Q = 3x^\circ$$

$$\angle R = y^\circ$$

त्रिभुज के तीनों कोणों का योग = 180°

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

$$x^\circ + 3x^\circ + y = 180^\circ$$

$$4x^\circ + y = 180^\circ \dots\dots(1)$$

$$3y - 5x = 30$$

$$-5x + 3y = 30 \dots\dots(2)$$

समी. (1) व समी. (2) में

$$4x + y = 180^\circ$$

$$-5x + 3y = 30^\circ$$

समी. (1) में -5 का गुणा करने पर

समी. (2) में 4 का गुणा करने पर

$$-5 \times (4x + y = 180^\circ)$$

$$4 \times (-5x + 3y = 30^\circ)$$

$$-20x - 5y = -900 \dots\dots(3)$$

$$-20x + 12y = 120 \dots\dots(4)$$

$$\begin{array}{r} + \quad - \quad - \\ \hline -17y = -1020 \end{array}$$

$$-17y = -1020$$

$$y = \frac{+1020}{+17}$$

$$y = 60^\circ$$

y का मान समी. (1) में रखने पर,

$$4x + y = 180^\circ$$

$$4x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$4x = 180 - 60$$

$$4x = \frac{120^\circ}{0}$$

$$x = \frac{120^\circ}{4}$$

$$x = 30^\circ$$

अतः ΔPQR में, $\angle P = x^\circ = 30^\circ$

$$\angle Q = 3x^\circ = 3 \times 30^\circ$$

$$= 90^\circ$$

$$\angle R = y^\circ = 60^\circ$$

Ans.

प्र.17 यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$

4

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$$

$$x = \frac{4ab}{a+b}$$

दोनों पक्षों में 2a का भाग देने पर

$$\frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)}$$

$$\frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)}$$

$$\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$

योगान्तरानुपात नियम से,

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-(a+b)}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{2b-a-b}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a} \dots\dots\dots(1)$$

$$x = \frac{4ab}{a+b}$$

दोनों पक्षों में 2b का भाग देने पर

$$\frac{x}{2b} = \frac{4ab}{2b(a+b)}$$

$$\frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$$

योगान्तरानुपात नियम से,

$$\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-(a+b)}$$

$$\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{2a-a-b}$$

$$\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b} \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) व समी. (2) को जोड़ने पर

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} + \left[\frac{3a+b}{-(b-a)} \right]$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a-(3a+b)}{b-a}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a-3a-b}{b-a}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2b-2a}{b-a}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} \neq 2 \left(\frac{b-a}{b-a} \right)$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2 \quad \text{इति सिद्धम्}$$

अथवा

यदि $\frac{a}{y+z} = \frac{b}{z+x} = \frac{c}{x+y}$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{a(b-c)}{y^2-z^2} = \frac{b(c-a)}{z^2-x^2} = \frac{c(a-b)}{x^2-y^2}$$

प्र.18 यदि α और β वर्ग समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल हों, तो $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ का मान ज्ञात

कीजिए।

4

$$ax^2 + bx + c = 0$$

समीकरण की तुलना $Ax^2 + Bx + C = 0$ से करने पर

$$A = a, B = b, C = c$$

$$\text{तब, } \alpha + \beta = -\frac{B}{A}$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$\ominus \alpha \cdot \beta = \frac{C}{A}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha \cdot \beta}$$

$$= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha \cdot \beta}$$

$$[\ominus a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)]$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha \beta}$$

$$[\ominus \alpha + \beta = \frac{-b}{a}, \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\left(\frac{-b}{a}\right)^3 - 3\left(\frac{c}{a}\right)\left(\frac{-b}{a}\right)}{\frac{c}{a}} \\
&= \frac{\frac{-b^3}{a^3} + \frac{3bc}{a^2}}{\frac{c}{a}} \\
&= \frac{-b^3 + 3abc}{a^3} \cdot \frac{a}{c} \\
&= \frac{-b^3 + 3abc}{a^2 c}
\end{aligned}$$

Ans.

अथवा

गुणनखंड विधि से निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए:

$$x^2 - \frac{11x}{4} + \frac{15}{8} = 0$$

प्र.19 एक भवन के ऊपर एक झण्डा लगा हुआ है। भवन के आधार से 20 मीटर की दूरी से भवन और झण्डे के षिखर के उन्नयन कोण 45° और 60° के हैं। भवन की ऊँचाई तथा झण्डे की लंबाई ज्ञात कीजिए।

4

अथवा

50 मीटर ऊँची पहाड़ी के षिखर से किसी मीनार की चोटी और आधार के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

दिया है,

पहाड़ी की ऊँचाई = 50 मी.

अवनमन कोण = 30° व 45°

ज्ञात करना है:- मीनार की h (ऊँचाई)

माना कि मीनार की ऊँचाई = h मी.

तब,

समकोण $\triangle AED$ में,

$$\tan A = \frac{ED}{AE}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{50-h}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50-h}{x}$$

$$x = (50-h)\sqrt{3}$$

$$x = 50\sqrt{3} - h\sqrt{3} \text{ मी.(1)}$$

तब,

समकोण $\triangle BCD$ में,

$$\tan B = \frac{CD}{BC}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{50}{x}$$

$$1 = \frac{50}{x}$$

$$x = 50 \text{ मी.(2)}$$

.....(2)

समी. (1) में समी. (2) में x का मान रखने पर

$$50 = 50\sqrt{3} - h\sqrt{3}$$

$$h\sqrt{3} = 50\sqrt{3} - 50$$

$$h = \frac{50\sqrt{3} - 50}{\sqrt{3}}$$

हर का परिमेयकरण करने पर

$$h = \frac{50\sqrt{3} - 50}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{50 \times 3 - 50\sqrt{3}}{3}$$

$$h = \frac{150 - 50 \times 1.732}{3}$$

$$h = \frac{150 - 86.60}{3}$$

$$h = \frac{63.40}{3}$$

$$h = 21.13 \text{ मी. (लगभग)}$$

अतः मीनार की $h = 21.13$ मी. है।

प्र.20 निम्नलिखित वृत्त में चाप की लंबाई और त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए
जिनके केन्द्रीय कोण और त्रिज्या क्रमशः 120° एवं 21 सेंटीमीटर हैं। 4

अथवा

एक बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई में 2: 3 का अनुपात है। यदि बेलन का आयतन 1617 सेमी^3 है तो बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

मानाकि बेलन के आधार की त्रिज्या $= 3x$

ऊँचाई $= 3x$

बेलन का आयतन $= 1617 \text{cm}^3$

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= ?$

बेलन का आयतन $\pi r^2 h$

$$1617 = \pi r^2 h$$

$$1617 = \frac{22}{7} \times (2x)^2 \times 3x$$

$$1617 = \frac{22}{7} \times 4x^2 \times 3x$$

$$1617 = \frac{22 \times 4 \times 3 \times x^3}{7}$$

$$\frac{1617 \times 7}{22 \times 4 \times 3} = x^3$$

$$x^3 = \frac{1617 \times 7}{22 \times 4 \times 3}$$

$$x^3 = \frac{7 \times 7 \times 7}{2 \times 2 \times 2}$$

$$x = 3 \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

अतः बेलन के आधार की त्रिज्या $= 2x$

$$= 2 \times \frac{7}{2}$$

$$= 7 \text{ cm}$$

ऊँचाई $= 3x$

$$= 3 \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{21}{2} \text{ cm}$$

$$\text{बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ} = 2\pi r(r+h)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \left(7 + \frac{21}{2}\right)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \left(\frac{14+21}{2}\right)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times \frac{35}{2}$$

$$= 22 \times 35$$

$$= 770 \text{ cm}^2$$

Ans.

अतः बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ 770 cm^2 है।

प्र.21 तीन ठोस गोले जिनके व्यास क्रमशः 2 सेंटीमीटर, 12 सेंटीमीटर और 16 सेंटीमीटर हैं, पिघलाकर एक ठोस गोला बनाया गया है। इस प्रकार बने ठोस गोले का अर्धव्यास ज्ञात कीजिए।

4

दिया है,

तीनों ठोस गोलों का व्यास,

$$d_1 = 2 \text{ cm}$$

$$d_2 = 12 \text{ cm}$$

$$d_3 = 16 \text{ cm}$$

$$\text{तब, } r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$$

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$r_3 = \frac{d_3}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

तीनों ठोस गोलों को पिघलाकर एक नया ठोस गोला बनाया गया है।

जिसकी त्रिज्या = R

नये गोले का आयतन = तीनों गोलों के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$R^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3$$

$$R^3 = (1)^3 + (6)^3 + (8)^3$$

$$R^3 = 1 + 216 + 512$$

$$R^3 = 729$$

$$R = 3\sqrt{729}$$

$$R = 3\sqrt{9^3}$$

$$R = 9 \text{ cm}$$

अतः नये ठोस गोले का अर्द्धव्यास 9 cm है।

अथवा

एक 6 सेंटीमीटर व्यास के लोहे के गोले को पिघलाकर बेलनाकार तार में बदला गया है। यदि तार के सिरे का व्यास 0.2 सेंटीमीटर है, तो तार की लंबाई ज्ञात कीजिए।

प्र.22 दिए गए बहुपद $f(x) = x^3 + 13x^2 + 32x + 20$ में यदि एक शून्यक -2 है तो शेष शून्यक ज्ञात कीजिए।

5

अथवा

गुणनखंड कीजिए:

$$a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc$$

$$= a^2b + a^2c + b^2c + ab^2 + ac^2 + bc^2 + 2abc$$

a की घातांकों को अवरोही ही क्रम में लिखने पर

$$= a^2b + a^2c + ab^2 + ac^2 + 2abc + b^2c + bc^2$$

$$[\ominus a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2] \text{ सर्व समिका से}$$

$$= a^2(b+c) + a(b+c)^2 + bc(b+c)$$

$$= a^2(b+c) + a(b+c)(b+c) + bc(b+c)$$

$$= (b+c)\{a^2 + a(b+c) + bc\}$$

$$= (b+c)\{a^2 + ab + ac + bc\}$$

b की घातांकों को अवरोही क्रम में लिखने पर

$$= (b+c)\{bc + ab + ac + a^2\}$$

$$= (b+c)\{b(c+a) + a(c+a)\}$$

$$= (b+c)\{(b+a)(c+a)\}$$

$$= (b+c)(b+a)(c+a) \text{ चक्रीय क्रम में}$$

$$= (a+b)(b+c)(c+a)$$

Ans.

प्र.23 $10y^2 - 11y - 6 = 0$ को सूत्र विधि द्वारा हल कीजिए।

5

अथवा

पिता एवं पुत्र की आयु का योग 45 वर्ष है। चार वर्ष पूर्व दोनों की आयु का गुणनफल 160 है। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

माना कि पिता की आयु = x वर्ष

पुत्र की आयु = $45 - x$ वर्ष

चार वर्ष पूर्व,

पिता की आयु = $x - 4$ वर्ष

पुत्र की आयु = $45 - x - 4$
= $41 - x$ वर्ष

प्रश्नानुसार

$$(x-4)(41-x)=160$$

$$41x - x^2 - 164 + 4x = 160$$

$$-x^2 + 45x - 164 - 160 = 0$$

$$-x^2 + 45x - 324 = 0$$

दोनों पक्षों में -1 की गुणा करने पर

$$x^2 - 45x + 324 = 0$$

$$x^2 - (36+9)x + 324 = 0$$

$$x^2 - 36x - 9x + 324 = 0$$

$$x(x-36) - 9(x-36) = 0$$

$$(x-9)(x-36) = 0$$

यदि $x - 9 = 0$ यदि $x - 36 = 0$

$$x = 9 \text{ वर्ष} \quad x = 36 \text{ वर्ष}$$

तब $x = 9$ रखने पर

पिता की आयु = $x = 9$ वर्ष

पुत्र की आयु = $45 - x = 45 - 9$

= 36 वर्ष (उपेक्षणीय)

$x = 36$ वर्ष रखने पर

अतः पिता की आयु = $x = 36$ वर्ष

पुत्र की आयु = $45 - x = 45 - 36$

$$= 9 \text{ वर्ष}$$

Ans.

प्र.24 2,000 रुपये पर 3 वर्ष के लिए 5 प्रतिशत की दर से साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर ज्ञात कीजिए।

5

दिया है,

$$P = \text{Rs. } 2000$$

$$R = 5 \%$$

$$T = 3 \text{ वर्ष}$$

$$S.I. = \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$= \frac{2000 \times 5 \times 3}{100}$$

$$= \text{Rs. } 300$$

$$\text{तब, } A = P \left[1 + \frac{r}{100} \right]^n$$

$$= 2000 \left[1 + \frac{5}{100} \right]^3$$

$$= 2000 \left[\frac{100+5}{100} \right]^3$$

$$= 2000 \left[\frac{105}{100} \right]^3$$

$$= 20000 \left(\frac{21}{20} \right)^3$$

$$= 20000 \times \frac{9261}{8000}$$

4

$$= \text{Rs. } 2315.25$$

$$C.I. = A - P$$

$$= 2315.25 - 2000$$

$$= \text{Rs. } 315.25$$

$$\text{अन्तर } C.I. - S.I.$$

$$= 315.25 - 300$$

$$= \text{Rs. } 15.25$$

Rs.

अथवा

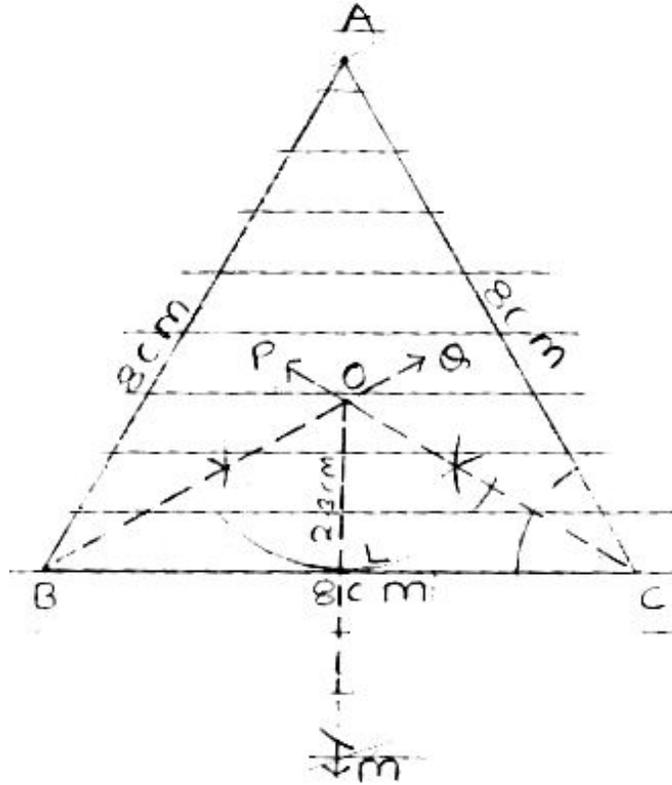
एक घड़ी 960 रुपये नगद या 480 रुपये आंशिक भुगतान पर 245 रुपये की दो मासिक किस्तों पर दी गयी। किस्त योजना की ब्याज दर ज्ञात कीजिए।

प्र.25 एक समबाहु त्रिभुज के अंतर्गत वृत्त खींचिये जिसमें त्रिभुज की एक भुजा 8 सेंटीमीटर है। वृत्त की त्रिज्या का माप बताइये।

5

अथवा

दिये गए $\Delta A'BC'$ की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ ΔABC की भुजाओं से 7: 5 के अनुपात में हैं।



रचना के पद:-

- (1) सर्वप्रथम रेखा खण्ड $BC = 8\text{cm}$ खींचा।
- (2) बिंदु B तथा C से 8 cm का चाप काटा जो एक-दूसरे को A बिन्दु पर काटते हैं।
- (3) AB तथा AC को मिलाया। इस प्रकार ΔABC प्राप्त हुआ।

अंतर्गत वृत्त-

- (4) $\angle B$ तथा $\angle C$ का अर्द्धक क्रमशः BQ तथा CP खींचा जो एक-दूसरे को O बिन्दु पर काटते हैं।
- (5) बिंदु O को केन्द्र मानकर तथा OL त्रिज्या लेकर वृत्त बनाया गया जो ΔABC का अंतर्गत वृत्त है। अभीष्ट त्रिज्या (OL) की लम्बाई 2.3cm है।

अथवा

बिना सारणी के प्रयोग से सिद्ध कीजिए:

$$\frac{\sec 37^\circ}{\operatorname{cosec} 53^\circ} + \frac{\sin 42^\circ}{\cos 48^\circ} = 2$$

$$\frac{\sec 37^\circ}{\operatorname{cosec} 53^\circ} + \frac{\sin 42^\circ}{\cos 48^\circ} = 2$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \frac{\sec 37^\circ}{\operatorname{cosec} 53^\circ} + \frac{\sin 42^\circ}{\cos 48^\circ} \\ &= \frac{\sec(90^\circ - 53^\circ)}{\operatorname{cosec} 53^\circ} + \frac{\sin(90^\circ - 48^\circ)}{\cos 48^\circ} \end{aligned}$$

$$\left[\ominus \frac{\sec(90 - \theta)}{\sin(90 - \theta)} = \frac{\operatorname{cosec}\theta}{\cos\theta} \right]$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} 53^\circ}{\operatorname{cosec} 53^\circ} + \frac{\cos 48^\circ}{\cos 48^\circ}$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

इति सिद्धम्