

कुल प्रश्नों की संख्या : 26

Total No. of Questions: 26

कुल पृष्ठों की संख्या : 12

Total No. of Pages: 12

हायर सेकेण्डरी परीक्षा, जून 2018

150

विषय : उच्च गणित

Subject: MATHEMATICS

(Hindi & English Version)

समय : 03 घण्टे

Time : 03 Hours

पूर्णांक : 100

Maximum Marks :100

निर्देशः—

- (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (2) प्रश्न पत्र में दो खण्ड हैं खण्ड “अ” और खण्ड “ब”।
- (3) खण्ड “अ” में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- (4) खण्ड “ब” में प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।
- (5) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (6) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (7) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।
- (8) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

Instructions:

- (1) **All questions are compulsory.**
- (2) **Question paper has two Sections :- Section “A” and Section “B”.**
- (3) **In the Section “A” Question Nos. 1 to 5 are Objective type. Each question carries 5 marks.**
- (4) **In the section “B” Question Nos. 6 to 26 has Internal option.**
- (5) **Question Nos. 6 to 10 carries 2 Marks Each.**
- (6) **Question Nos. 11 to 14 carries 3 Marks Each.**
- (7) **Question Nos. 15 to 21 carries 4 Marks Each.**
- (8) **Question Nos. 22 to 26 carries 5 Marks Each.**

ਖਣਡ – “ਅ”

Section – “A”

प्र.1 सही विकल्प चुनकर लिखिए :—

$$(1 \times 5 = 5)$$

Choose the correct options:-

- (i) If $\frac{3x}{(x-6)(x+a)} = \frac{2}{x-6} + \frac{1}{x+a}$ then the value of a is :-

 - (a) 1
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) 4

(ii) If $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}A$ then the value of A is :-

 - (a) $x - y$
 - (b) $x + y$
 - (c) $\frac{x - y}{1 + xy}$
 - (d) $\frac{x + y}{1 - xy}$

(iii) The equation of the plane xy , yz and zx are respectively:-

 - (a) $z = 0, x = 0, y = 0$
 - (b) $x = 0, y = 0, z = 0$
 - (c) $y = 0, z = 0, x = 0$
 - (d) $x = 0, z = 0, y = 0$

प्र.2 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए :- (1×5=5)

- (i) त्रिभुज की तीन माध्यिका द्वारा निर्धारित सदिशों का योग शून्य होता है।

(ii) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ है तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान शून्य होगा।

(iii) सहसंबंध गुणांक का मान -1 और $+1$ के मध्य होता है।

(iv) e^{ax} का n वाँ अवकलन है $a^n e^{ax}$.

(v) सदिश $\hat{i} - 3\hat{k}$ की दिक् कोज्याएँ क्रमशः $\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}$ हैं।

Write true/ false in the following statements :-

- (i) The sum of three vectors determined by the medians of a triangle directed from the vectors is zero.
 - (ii) If $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ then the value of $\vec{a} \cdot \vec{b}$ will be zero.
 - (iii) The value of co-relation coefficient lies between -1 and $+1$.
 - (iv) The n^{th} derivative of e^{ax} is $a^n e^{ax}$.
 - (v) The direction cosine of vector $\hat{i} - 3\hat{k}$ are $\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}$ respectively.

प्र.3 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिएः— (1×5=5)

- $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{5}$ सरल रेखा बिन्दु से होकर जाती है।
- एक चर त्रिज्या वाले गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या 3 सेमी. है, उसके आयतन परिवर्तन की दर होगी।
- यदि $y = x^n$ हो तो y का n वाँ अवकलन होगा।
- y – अक्ष के समान्तर समतल का समीकरण होगा।
- अभिलंब के रूप में समतल का सदिश समीकरण है।

Fill in the blanks:-

- Straight line $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{5}$ passes through the point
- A spherical Balloon is having a variable radius of 3 cm, then rate of change of volume will be
- If $y = x^n$ then the n^{th} differentiation of y will be
- Equation of plane parallel to y – axis will be
- Vector equation of the plane in normal form is

प्र.4 निम्न प्रश्नों में प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिएः (1×5=5)

- संख्यात्मक समीकरण के वास्तविक मूल ज्ञात करने की सबसे प्राचीन विधि का नाम लिखिये।
- $0.23452 \times 10^7 + 0.31065 \times 10^7$ का मान लिखिए।
- समीकरण $x^3 - x - 2 = 0$ का मूल किस अंतराल में है?
- आंकिक विधि में समलम्ब चतुर्भुज नियम का सूत्र लिखिए।
- न्यूटन रैफसन विधि द्वारा किसी संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

Write the answer in one word/sentence each.

- Write the name of Ancient method to find out the real root of a Numerical Equation.
- Write the value of $0.23452 \times 10^7 + 0.31065 \times 10^7$.
- In which interval does the root in the equation $x^3 - x - 2 = 0$ lie?
- Write the formula of Trapezoidal rule in numerical method.
- Write down the formula of Newton Raphson method to find out the square root of a number.

प्र.5 सही जोड़ी बनाइए: —	(1×5=5)
“अ”	“ब”
(1) $\int \frac{1}{x} dx$	(i) $\tan^{-1} x$
(2) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$	(ii) $\cot^{-1} x$
(3) $\int \tan x dx$	(iii) $\frac{ax}{\log_e^a}$
(4) $\int -\frac{1}{1+x^2} dx$	(iv) $\log x$
(5) $\int a^x dx$	(v) $\log \sec x$
	(vi) $\sin^{-1} x$

Match the column:

“A”	“B”
(1) $\int \frac{1}{x} dx$	(i) $\tan^{-1} x$
(2) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$	(ii) $\cot^{-1} x$
(3) $\int \tan x dx$	(iii) $\frac{ax}{\log_e^a}$
(4) $\int -\frac{1}{1+x^2} dx$	(iv) $\log x$
(5) $\int a^x dx$	(v) $\log \sec x$
	(vi) $\sin^{-1} x$

खण्ड — “ब”

Section – “B”

प्र.6 यदि P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः (4, -1, 7) तथा (3, -3, -1) हैं, सदिश \overrightarrow{PQ} ज्ञात करके इसका मापांक ज्ञात कीजिए।

If the coordinates of P and Q are respectively (4, -1, 7) and

(3, -3, -1), find the vector \overrightarrow{PQ} and compute its magnitude.

अथवा / OR

सदिश $(\hat{i} - 2\hat{j})$ के समान्तर एकांक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find a unit vector parallel to the vector $(\hat{i} - 2\hat{j})$.

प्र.7 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ परस्पर लंबवत् हों तो (2)

अदिश λ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ are perpendicular to each other then find the value of scalar λ .

अथवा / OR

सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ पर सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

Find the projection of Vector $\hat{i} - \hat{j}$ on Vector $\hat{i} + \hat{j}$.

प्र.8 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ हों तो $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान ज्ञात (2)

कीजिए।

If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ then, find $\vec{a} \times \vec{b}$.

अथवा / OR

उस गोले का सदिश समीकरण एवं कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र $(-1, 0, 1)$ एवं त्रिज्या 2 हो।

Find the Vector equation and Cartesian equation of the circle whose centre is $(-1, 0, 1)$ and radius is 2.

प्र.9 $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$.

अथवा / OR

$\int x\sqrt{x^2 - 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int x\sqrt{x^2 - 1} dx$.

प्र.10 $\int \frac{dx}{9-4x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate $\int \frac{dx}{9-4x^2}$.

अथवा / OR

$\int \log_e^x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \log_e^x dx$.

प्र.11 दो रेखाओं के दिक अनुपात क्रमशः 2, 3, 6 व 1, 2, 2 हैं। इनके बीच का (3) न्यूनकोण ज्ञात कीजिए।

Find the acute angle between two lines whose direction ratios are 2, 3, 6 and 1, 2, 2 respectively.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि एक घन के विकर्णों के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है।

Show that the angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

प्र.12 बिन्दुओं A (2, -3, 4) व B (-5, 6, 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को व्यास (3) मानकर बनाये गये गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Obtain the equation of the sphere describe on the joining of the point A (2, -3, 4) and B (-5, 6, 7) as a diameter.

अथवा / OR

k का मान ज्ञात कीजिए यदि रेखाएँ।

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-20/3} = \frac{z-3}{2k} \quad \text{तथा} \quad \frac{x-1}{2k} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{-4} \quad \text{परस्पर लम्बवत् हैं।}$$

Find the value of k, if lines.

$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-20/3} = \frac{z-3}{2k}$ and $\frac{x-1}{2k} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{-4}$ are mutually perpendicular.

प्र.13 सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि— (3)

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Prove by vector method that-

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है।(सदिश विधि से)

Prove that the angle in semi-circle is right angle. [By Vector Method].

प्र.14 यदि $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ और $2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ के सदिशों के बीच का कोण θ हो (3)
तो सिद्ध कीजिए कि –

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{115}{147}}$$

Show that the angle between the vectors $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ is θ . Prove that–

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{115}{147}}$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि :-

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

Prove that :-

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

प्र.15 $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$ को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए। (4)

Resolve $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$ into partial fractions.

अथवा / OR

$\frac{x^3}{(1-x)^4}$ को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए।

Resolve $\frac{x^3}{(1-x)^4}$ into partial fractions.

प्र.16 सिद्ध कीजिए कि – (4)

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{5}{12} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$$

Prove that –

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{5}{12} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$$

अथवा / OR

यदि $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$ हो, तो सिद्ध किजिये कि –

$$xy + yz + zx = 1$$

If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$, then prove that -

$$xy + yz + zx = 1$$

प्र.17 प्रथम सिद्धांत से $\cos x$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। (4)
Differentiate $\cos x$ by First Principle.

अथवा / OR

यदि $y = \log_e(\log_e \sin x)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

If $y = \log_e(\log_e \sin x)$, then find $\frac{dy}{dx}$.

प्र.18 यदि $x^y = e^{y-x}$ तो, सिद्ध किजिए कि – (4)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - \log x}{(1 - \log x)^2}$$

If $x^y = e^{y-x}$, prove that -

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - \log x}{(1 - \log x)^2}$$

अथवा / OR

यदि $y = x^2 \log x$ हो तो, सिद्ध कीजिए कि –

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{-2}{x^2}$$

If $y = x^2 \log x$ then, prove that –

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{-2}{x^2}$$

प्र.19 सिद्ध कीजिए कि फलन $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ सभी वास्तविक संख्याओं के (4) लिये वर्धमान है।

Prove that the function $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ is increasing in R.

अथवा / OR

फलन $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ के लिए अन्तराल $[0, 3]$ में रोले के प्रमेय की जाँच कीजिए।

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ in the interval $[0, 3]$.

प्र.20 सिद्ध कीजिए : सहसंबंध गुणांक ρ का मान -1 से +1 के बीच होता है। (4)
Prove that : Value of correlation coefficient ρ lies between -1 to +1.

अथवा / OR

निम्नांकित मूल्य युग्मों के लिए सह-प्रसरण ज्ञात कीजिए :-

(1, 6), (2, 9), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 5), (7, 12), (8, 3),
(9, 17), (10, 1).

Find covariance for the following data :-

(1, 6), (2, 9), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 5), (7, 12), (8, 3),
(9, 17), (10, 1).

प्र.21 यदि समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः $2x - 9y + 6 = 0$ तथा $x - 2y + 1 = 0$ हों (4)
तो, सह संबंध गुणांक की गणना कीजिए।

Given the regression lines as $2x - 9y + 6 = 0$ and $x - 2y + 1 = 0$ respectively, calculate the correlation coefficient.

अथवा / OR

निम्नलिखित आंकड़ों से y का मान ज्ञात कीजिए जबकि $x = 12$.

श्रेणी	x	y
माध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

सहसंबंध गुणांक $\rho = 0.99$

Estimate the value of y from the following data when $x = 12$.

Series	x	y
Mean	7.6	14.8
Standard Deviation	3.6	2.5
Coefficient of correlation $\rho = 0.99$		

प्र.22 बिन्दु (2, -1, 5) से रेखा $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} + \frac{z+8}{-11}$ पर खोंचे गए लम्ब का (5)
पाद तथा लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the foot of the perpendicular drawn from the point (2, -1, 5) to the line $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} + \frac{z+8}{-11}$. Find also the length of the perpendicular.

अथवा / OR

एक गोला बिन्दुओं (1, -3, 4), (1, -5, 2), (1, -3, 0) से गुजरता है, इसका केन्द्र समतल $x + y + z = 0$ पर स्थित है। गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the sphere passing through the points (1, -3, 4), (1, -5, 2), (1, -3, 0) and its centre lying on the plane $x + y + z = 0$.

प्र.23 निम्नांकित का मान ज्ञात कीजिए :— (5)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cos x}{3x}$$

Evaluate :- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cos x}{3x}$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{जब } x \neq 1 \\ 2 & \text{जब } x = 1 \end{cases}$$

$x = 1$ पर असतत है।

Show that $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{when } x \neq 1 \\ 2 & \text{when } x = 1 \end{cases}$

Is discontinuous at $x = 1$.

प्र.24 सिद्ध कीजिए कि :— (5)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

Show that :-

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

अथवा / OR

वृत्त खंड $x^2 + y^2 = a^2$ के वृत्त का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the total area of circle whose first quadrant is $x^2 + y^2 = a^2$.

प्र.25

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 4y$ को हल कीजिए। (5)

Solve differential equation :- $\frac{dy}{dx} = 4y$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$ का हल $y = 4 \sin 3x$ है।

Verify that the solution of $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$ is $y = 4 \sin 3x$.

प्र.26

52 ताशों को अच्छी तरह फेंटी हुई गड्ढी में से यादृच्छया 1 ताश निकाला जाता है। इसके इकका या बादशाह होने की तथा न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A card is drawn at random from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is either an ace or a king and probability it is neither an ace nor a king.

अथवा / OR

यदि एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया गया हो तो इस वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Find the probability that a leap year selected at random will contain 53 Sundays.