

कुल प्रश्नों की संख्या : 26
Total No. of Questions: 26

कुल पृष्ठों की संख्या : 12
Total No. of Pages: 12

हायर सेकेण्डरी परीक्षा, जून — 2018

311

विषय : उच्च गणित

**Subject: Higher Mathematics
(Hindi & English Versions)**

समय : 03 घण्टे

पूर्णांक : 100

Time: 03 Hours

Maximum Marks: 100

निर्देश :-

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न पत्र में तीन खण्ड दिये गये हैं खण्ड "अ", खण्ड "ब" और खण्ड "स"।
- (iii) खण्ड "अ" में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड "ब" में प्रश्न क्रमांक 6 से 24 तक आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं।
- (v) खण्ड "स" में दो विकल्प हैं। परीक्षार्थी को केवल एक विकल्प के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।
- (vi) सभी प्रश्नों के सम्मुख उनके अंक दिये गये हैं।

Instructions:-

- (I) All questions are compulsory.
- (II) Question paper has three Sections section "A", Section "B" and Section "C".
- (III) In Section "A" Question Nos. 1 to 5 are objective type.
- (IV) In Section "B" Question Nos. 6 to 24 has Internal options.
- (V) Section "C" has two options. Candidates are required to attempt questions from one option only.
- (VI) Marks for each Question are indicated against it.

खण्ड – ‘अ’SECTION – ‘A’

- प्र.1 सही विकल्प चुनकर लिखिए – (1×5=5)
- इकाई के घनमूलों में से एक है –

(a) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$	(b) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$
(c) $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$	(d) $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$
 - यदि समीकरण $4x^2 + px + 9 = 0$ के मूल समान हों, तो p का मान होगा –

(a) ± 12	(b) 12
(c) 144	(d) - 12
 - यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल ℓ व 2ℓ हैं, तो –

(a) $b^2 = 9ac$	(b) $2b^2 = 9ac$
(c) $b^2 = -4ac$	(d) $a^2 = c^2$
 - सम्मिश्र संख्या $-1+i\sqrt{3}$ का कोणांक है –

(a) 120°	(b) -120°
(c) -60°	(d) 60°
 - सम्मिश्र संख्या $1+i$ का मापांक है –

(a) $\sqrt{2}$	(b) $-\sqrt{2}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$	(d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

Choose the correct option-

- One of the cube roots of unity is -

(a) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$	(b) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$
(c) $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$	(d) $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$
- If the roots of the equation $4x^2 + px + 9 = 0$ are equal, then the value of p is-

(a) ± 12	(b) 12
(c) 144	(d) - 12

प्र.2 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए –

$$(1 \times 5 = 5)$$

- (i) a एवं b का समान्तर माध्य $\frac{a+b}{2}$ होगा।

(ii) 0, 1, 2, 3, 4 का समान्तर माध्य 5 है।

(iii) माध्य, माध्यिका व बहुलक में संबंध है –
बहुलक = 3 माध्यिका - 2 माध्य

(iv) मानक विचलन गुणांक $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ होता है।

(v) $\int \frac{dx}{\sin x}$ का मान $\log \left| \sin \frac{x}{2} \right| + C$ है।

Write true/false in the following statements -

- (i) The Arithmetic Mean of a and b will be $\frac{a+b}{2}$.
 - (ii) The Arithmetic mean of 0, 1, 2, 3, 4 is 5.
 - (iii) Relationship between Mean, Median and Mode is –
Mode = 3 Median – 2 Mean .
 - (iv) Coefficient of Standard Deviation is $\frac{\sigma}{\bar{x}}$.
 - (v) The value of $\int \frac{dx}{\sin x}$ is $\log \left| \sin \frac{x}{2} \right| + C$.

प्र.३ रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

(1×5=5)

- (i) श्रेणी $9 + 5 + 1 \dots$ के 16 पदों तक का योगफल है।
- (ii) दो संख्याओं का गुणोत्तर माध्य वास्तव में उनका होता है।
- (iii) बिन्दु (3,4) की मूल बिन्दु से दूरी है।
- (iv) यदि बिन्दु (3,0), (6,9) तथा (x,3) संरेख हैं, तो x =
- (v) दो परस्पर लंबवत् रेखाओं की प्रवणता का गुणनफल होता है।

Fill in the blanks -

- (i) The sum of the series $9 + 5 + 1 \dots$ up to 16 terms is.....
- (ii) Geometric mean of two numbers is their.....
- (iii) The distance of origin from point (3,4) is
- (iv) If point (3,0), (6,9) and (x,3) are collinear, then x =
- (v) The product of gradient of two perpendicular lines is.....

प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए –

(1×5=5)

- (i) $\left(x^2 - \frac{2}{x^3} \right)^{15}$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद क्या होगा?
- (ii) n अवयवों वाले समुच्चय के उपसमुच्चयों की संख्या क्या होगी?
- (iii) यदि A = {1, 2} तथा B = {3, 4}, तब A × B ज्ञात कीजिए।
- (iv) यदि $y = a^x$ हो, तब $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा?
- (v) 2, 8, 6, 10, 16, 4, 3 की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

Give answers in one word/sentence -

- (i) In the expansion of $\left(x^2 - \frac{2}{x^3} \right)^{15}$, the term independent of x will be?
- (ii) What will be the number of subsets of a set containing n elements?
- (iii) If A = {1, 2} and B = {3, 4}, then find A × B.
- (iv) If $y = a^x$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ will be?
- (v) Find the median of 2, 8, 6, 10, 16, 4, 3.

प्र.५ सही जोड़ी बनाइए –

(1×5=5)

(a) $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$ (i) $\frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 + x^2} + a^2 \log \left(x + \sqrt{a^2 + x^2} \right) \right]$

(b) $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx$ (ii) $\log \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right]$

(c) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx$ (iii) $\frac{1}{2a} \log \left(\frac{a+x}{a-x} \right)$

(d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx$ (iv) $\frac{1}{2a} \log \left(\frac{x-a}{x+a} \right)$

(e) $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ (v) $\log \left[x + \sqrt{x^2 - a^2} \right]$

Match the column-

(a) $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$ (i) $\frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 + x^2} + a^2 \log \left(x + \sqrt{a^2 + x^2} \right) \right]$

(b) $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx$ (ii) $\log \left[x + \sqrt{x^2 + a^2} \right]$

(c) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx$ (iii) $\frac{1}{2a} \log \left(\frac{a+x}{a-x} \right)$

(d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx$ (iv) $\frac{1}{2a} \log \left(\frac{x-a}{x+a} \right)$

(e) $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ (v) $\log \left[x + \sqrt{x^2 - a^2} \right]$

खण्ड – ‘ब’
SECTION – ‘B’

प्र.6 $(x^2 + yx)^{12}$ के प्रसार में सामान्य (व्यापक) पद ज्ञात कीजिये। (2)

Write the general term in the expansion of $(x^2 + yx)^{12}$.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिये कि (गणितीय आगमन सिद्धांत से)

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n}{2}(n+1), \text{ जहाँ } n \text{ एक प्राकृत संख्या है।}$$

Prove that [By the Principle of Mathematical Induction]

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n}{2}(n+1), \text{ where } n \text{ is a natural number.}$$

प्र.7 श्रेणी - 6, - 3, - $\frac{3}{2}$ का छठा पद ज्ञात कीजिए। (2)

Find 6th term of the sequence - 6, - 3, - $\frac{3}{2}$

अथवा / OR

6 और 9 का गुणोत्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

Find the Geometric Mean of 6 and 9.

प्र.8 यदि $f(x) = x^2 + 2x - 3$ हो, तो $f(0)$ तथा $f\left(\frac{1}{3}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $f(x) = x^2 + 2x - 3$, then find the value of $f(0)$ and $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

अथवा / OR

यदि $f(x) = \sqrt{x+1}$ तथा $g(x) = x^2 + 2$ हो तो fog तथा gof का मान ज्ञात कीजिए।

If $f(x) = \sqrt{x+1}$ and $g(x) = x^2 + 2$, then calculate fog and gof.

प्र.9 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^4 - 256}{x - 4}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^4 - 256}{x - 4}$.

अथवा / OR

$e^x \cos x$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the Differential coefficient of $e^x \cos x$.

- प्र.10 एक थैले में 5 सफेद और 8 काली गेंदें हैं। इनमें से एक सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (2)

A bag contains 5 white and 8 Black balls. If a ball is drawn at random from the bag, what is the probability of getting a white ball?

अथवा / OR

दो पासों को एक साथ फेंकने पर योग 9 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

In a single throw of two dice, what is the probability of obtaining a total of 9?

- प्र.11 किसी ΔABC में सिद्ध कीजिए कि— (3)

$$a \sin A - b \sin B = c \sin(A - B)$$

In any triangle ABC, show that -

$$a \sin A - b \sin B = c \sin(A - B).$$

अथवा / OR

यदि $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$ हो, तो $\cos A$, $\cos B$ तथा $\cos C$ का मान ज्ञात कीजिये।

If $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$, then find the value of $\cos A$, $\cos B$ and $\cos C$.

- प्र.12 सिद्ध कीजिये कि R में दिया गया फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ वर्धमान है। (3)

Show that function given by $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ is increasing on R .

अथवा / OR

अन्तराल $[1, 3]$ में फलन $2x^3 - 24x + 107$ का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

Find the maximum value of $2x^3 - 24x + 107$ in the interval $[1, 3]$.

- प्र.13 यदि ${}^n P_{n-2} = 60$, तो n का मान ज्ञात कीजिए। (3)

If ${}^n P_{n-2} = 60$, then compute n .

अथवा / OR

यदि ${}^n C_{14} = {}^n C_{16}$ तो ${}^{32} C_n$ का मान ज्ञात कीजिए।

If ${}^n C_{14} = {}^n C_{16}$ then evaluate ${}^{32} C_n$.

- प्र.14 एक वृत्त का केन्द्र $(-2, 5)$ तथा त्रिज्या 3 है। वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)

If the centre of a circle is $(-2, 5)$ and radius is 3, find the equation of the circle.

अथवा / OR

k के किस मान के लिए बिन्दु $(1,4), (k, -2)$ तथा $(-3, 16)$ संरेख हैं?

The points $(1,4)$, $(k, -2)$ and $(-3, 16)$ are collinear. Find the value of k .

प्र.15 सिद्ध कीजिए कि – (4)

Prove that –

$$\begin{vmatrix} b+c & a & b \\ c+a & c & a \\ a+b & b & c \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-c)^2$$

अथवा / OR

समीकरण हल कीजिए.

Solve the equation.

$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$$

प्र.16 दीर्घवृत्त $9x^2 + 16y^2 = 144$, के लिए दीर्घ-अक्ष, लघु-अक्ष की लम्बाइयाँ, (4) नाभियों के निर्देशांक, शीर्ष तथा उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

For the ellipse $9x^2 + 16y^2 = 144$, find the length of major and minor axis, co-ordinates of foci ,vertices, and eccentricity.

अथवा / OR

रेखाओं $\sqrt{3}x + y + 16 = 0$ तथा $\sqrt{3}x - y + 9 = 0$ के बीच कोण ज्ञात कीजिये।

Find out the angle between $\sqrt{3}x + y + 16 = 0$ and $\sqrt{3}x - y + 9 = 0$

प्र.17 सिद्ध कीजिए कि – (4)

Prove that -

$$\frac{\sqrt{1 - \sin\theta}}{\sqrt{1 + \sin\theta}} = \sec\theta - \tan\theta$$

अथवा / OR

यदि $A = \frac{\pi}{3}$ तथा $B = \frac{\pi}{6}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

If $A = \frac{\pi}{3}$ and $B = \frac{\pi}{6}$, then verify that

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B.$$

प्रथम सिद्धान्त से $\sin x$ का अवकलज ज्ञात कीजिए। (4)

Differentiate $\sin x$ by first Principle.

अथवा / OR

$\log \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate $\log \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ with respect to x .

प्र.19 $\int \left(x + \frac{1}{x} \right)^3 dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (4)

Evaluate $\int \left(x + \frac{1}{x} \right)^3 dx$

अथवा / OR

$\int \frac{\sec x}{\sec x - \tan x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \frac{\sec x}{\sec x - \tan x} dx$

प्र.20 सिद्ध कीजिए कि – (4)

Prove that –

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{13}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right)$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि –

Prove that –

$$\tan^{-1}\left[\frac{\cos x}{1 + \sin x}\right] = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$$

प्र.21 माध्यिका से माध्य विचलन ज्ञात कीजिए— (4)

Calculate the mean deviation from median –

7, 4, 10, 15, 9, 12, 7, 9, 7.

अथवा / OR

निम्न सारणी के लिये मानक विचलन ज्ञात कीजिए –

Calculate the Standard deviation for the following data –

वर्ग Class Interval	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 - 50
बारम्बारता Frequency	3	5	9	6	2

प्र.22 यदि $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $x - y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, तब x एवं y ज्ञात कीजिए। (5)

Find x and y , if $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $x - y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ और $f(x) = x^2 - 4x + 7$, तो सिद्ध कीजिए कि $f(A) = 0$.

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ and $f(x) = x^2 - 4x + 7$, then show that $f(A) = 0$.

प्र.23 एक समान्तर श्रेणी का p वाँ पद $\frac{1}{q}$ तथा q वाँ पद $\frac{1}{p}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि (pq) वाँ पद 1 होगा। (5)

The p^{th} term of an A. P. is $\frac{1}{q}$ and its q^{th} term is $\frac{1}{p}$. Prove that its pq^{th} term is 1.

अथवा / OR

दो संख्याओं का समान्तर माध्य 9 है तथा उनका गुणनफल 80 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

Arithmetic Mean of two numbers is 9 and their product is 80.
Find the numbers.

प्र.24 यदि एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया जाता है, तो इस वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (5)

Find the probability that a leap year selected at random will contain 53 Sundays.

अथवा / OR

52 ताश के पत्तों की एक गड्ढी में से एक पत्ता यदृच्छया निकाला जाता है, तो उसके गुलाम, बेगम या बादशाह निकलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए?

One card is drawn at random from a pack of 52 cards. Find the probability of it being Jack, Queen or King.

खण्ड – ‘स’ (विकल्प-I)
SECTION – ‘C’ (Option-I)

- प्र.25 बिन्दु A व B के स्थिति सदिश क्रमशः $\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ व $3\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ हो, तो (5)
 सिद्ध कीजिए कि AB के मध्य बिन्दु का स्थिति सदिश $2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ होगा।
 Position vectors of point A and B are $\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ and $3\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ respectively. Then prove that, Position vector of the mid point of AB is $2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$.

अथवा / OR

यदि किसी ΔABC का केन्द्रक G हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$$

If G is the centroid of any triangle ,then show that (Prove that)

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0.$$

- प्र.26 बिन्दुओं A (2, - 3, 4) व B (- 5, 6, 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को व्यास मानकर बनाये गये गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए। (5)

Obtain the equation of the sphere described on the line joining the points A (2, - 3, 4) and B (- 5, 6, 7),taking it as a diameter

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि दो समान्तर समतलों $2x - 2y + z + 3 = 0$ तथा

$$4x - 4y + 2z + 5 = 0$$
 के बीच की दूरी $\frac{1}{6}$ है।

Prove that the distance between two parallel planes

$$2x - 2y + z + 3 = 0 \text{ and } 4x - 4y + 2z + 5 = 0 \text{ is } \frac{1}{6}.$$

खण्ड – ‘स’ (विकल्प-II)
SECTION – ‘C’ (Option-II)

- प्र.25 कौन सा निवेश ज्यादा बेहतर (लाभदायक) है – (5)

(a) 95 पर 14% स्टॉक

(b) 105 पर 15% स्टॉक

Which is the better investment -

(a) 14% stock at 95

(b) 15% stock at 105.

अथवा / OR

एक व्यक्ति ने 10% का 12,000 ₹ का स्टॉक 92 के भाव से खरीदा तथा उसका मूल्य 98 ₹ होने पर बेच दिया। उसका कुल लाभ तथा प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

A man bought ₹ 12,000 of 10% stock at 92 and sold it when its price raised to ₹ 98. Find his total gain and gain percent.

- प्र.26 वर्ष 2000 को आधार वर्ष मानकर वर्ष 2003 के सूचकांक की गणना कीजिए – (5)
 Construct the price index number for 2003, taking the year 2000 as base year.

Commodity	Price in the year 2000	Price in the year 2003
वस्तु	वर्ष 2000 में मूल्य	वर्ष 2003 में मूल्य
A	60	80
B	50	60
C	70	100
D	120	160
E	100	150

अथवा / OR

एक व्यक्ति 25 वर्ष की आयु में 50,000 ₹ की एक बीमा पॉलिसी 30 वर्ष के लिये लेता है। निम्न विवरण के अनुसार उसका अर्ध-वार्षिक प्रीमियम ज्ञात कीजिए –

A person at the age of 25 years takes an insurance policy of sum assured ₹ 50,000 for 30 years term. Calculate the half-yearly premium assuming the following details –

तालिका प्रीमियम : ₹ 40/1000

Tabular Premium

अधिक बीमा राशि के लिये छूट : ₹ 2/1000

Rebate for large sum assured

अर्ध-वार्षिक भुगतान के लिये छूट : 1.5%

Rebate for half-yearly payment