

कुल प्रश्नों की संख्या : 26

Total No. of Questions: 26

कुल पृष्ठों की संख्या : 12

Total No. of Pages: 12

## हायर सेकेण्डरी परीक्षा, जून 2018

**150**

विषय : उच्च गणित

**Subject: MATHEMATICS**

(Hindi & English Version)

समय : 03 घण्टे

Time : 03 Hours

पूर्णांक : 100

Maximum Marks :100

---

**निर्देशः—**

- (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (2) प्रश्न पत्र में दो खण्ड हैं खण्ड “अ” और खण्ड “ब”।
- (3) खण्ड “अ” में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- (4) खण्ड “ब” में प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।
- (5) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (6) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (7) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।
- (8) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

**Instructions:**

- (1) All questions are compulsory.
- (2) Question paper has two Sections :- Section “A” and Section “B”.
- (3) In the Section “A” Question Nos. 1 to 5 are Objective type. Each question carries 5 marks.
- (4) In the section “B” Question Nos. 6 to 26 has Internal option.
- (5) Question Nos. 6 to 10 carries 2 Marks Each.
- (6) Question Nos. 11 to 14 carries 3 Marks Each.
- (7) Question Nos. 15 to 21 carries 4 Marks Each.
- (8) Question Nos. 22 to 26 carries 5 Marks Each.

## ਖੱਡ – “ਅ”

## Section – “A”

प्र.1 सही विकल्प चुनकर लिखिए :—

$$(1 \times 5 = 5)$$



**Choose the correct options:-**

- (i) If  $\frac{3x}{(x-6)(x+a)} = \frac{2}{x-6} + \frac{1}{x+a}$  then the value of a is :-

  - (a) 1
  - (b) 2
  - (c) 3
  - (d) 4

(ii) If  $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}A$  then the value of A is :-

  - (a)  $x - y$
  - (b)  $x + y$
  - (c)  $\frac{x - y}{1 + xy}$
  - (d)  $\frac{x + y}{1 - xy}$

(iii) The equation of the plane xy, yz and zx are respectively:-

  - (a)  $z = 0, x = 0, y = 0$
  - (b)  $x = 0, y = 0, z = 0$
  - (c)  $y = 0, z = 0, x = 0$
  - (d)  $x = 0, z = 0, y = 0$

प्र.2 निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य लिखिए :- (1×5=5)

- (i) त्रिभुज की तीन माध्यिका द्वारा निर्धारित सदिशों का योग शून्य होता है।

(ii) यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$  है तो  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  का मान शून्य होगा।

(iii) सहसंबंध गुणांक का मान  $-1$  और  $+1$  के मध्य होता है।

(iv)  $e^{ax}$  का  $n$  वाँ अवकलन है  $a^n e^{ax}$ .

(v) सदिश  $\hat{i} - 3\hat{k}$  की दिक् कोज्याएँ क्रमशः  $\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}$  हैं।

Write true/ false in the following statements :-

- (i) The sum of three vectors determined by the medians of a triangle directed from the vectors is zero.
  - (ii) If  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$  then the value of  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  will be zero.
  - (iii) The value of co-relation coefficient lies between  $-1$  and  $+1$ .
  - (iv) The  $n^{\text{th}}$  derivative of  $e^{ax}$  is  $a^n e^{ax}$ .
  - (v) The direction cosine of vector  $\hat{i} - 3\hat{k}$  are  $\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}$  respectively.

प्र.3 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिएः— (1×5=5)

- (i)  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{5}$  सरल रेखा बिन्दु ..... से होकर जाती है।
- (ii) एक चर त्रिज्या वाले गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या 3 सेमी. है, उसके आयतन परिवर्तन की दर ..... होगी।
- (iii) यदि  $y = x^n$  हो तो  $y$  का  $n$  वाँ अवकलन ..... होगा।
- (iv)  $y -$  अक्ष के समान्तर समतल का समीकरण ..... होगा।
- (v) अभिलंब के रूप में समतल का सदिश समीकरण ..... है।

Fill in the blanks:-

- (i) Straight line  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{5}$  passes through the point ..... .
- (ii) A spherical Balloon is having a variable radius of 3 cm, then rate of change of volume will be ..... .
- (iii) If  $y = x^n$  then the  $n^{\text{th}}$  differentiation of  $y$  will be ..... .
- (iv) Equation of plane parallel to  $y -$  axis will be ..... .
- (v) Vector equation of the plane in normal form is ..... .

प्र.4 निम्न प्रश्नों में प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए: (1×5=5)

- (1) संख्यात्मक समीकरण के वास्तविक मूल ज्ञात करने की सबसे प्राचीन विधि का नाम लिखिये।
- (2)  $0.23452 \times 10^7 + 0.31065 \times 10^7$  का मान लिखिए।
- (3) समीकरण  $x^3 - x - 2 = 0$  का मूल किस अंतराल में है?
- (4) आंकिक विधि में समलम्ब चतुर्भुज नियम का सूत्र लिखिए।
- (5) न्यूटन रैफसन विधि द्वारा किसी संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

Write the answer in one word/sentence each.

- (1) Write the name of Ancient method to find out the real root of a Numerical Equation.
- (2) Write the value of  $0.23452 \times 10^7 + 0.31065 \times 10^7$ .
- (3) In which interval does the root in the equation  $x^3 - x - 2 = 0$  lie?
- (4) Write the formula of Trapezoidal rule in numerical method.
- (5) Write down the formula of Newton Raphson method to find out the square root of a number.

प्र.5 सही जोड़ी बनाइए: — (1×5=5)

- | “अ”                            | “ब”                                     |
|--------------------------------|---|
| (1) $\int \frac{1}{x} dx$      | (i) $\tan^{-1} x$                       |
| (2) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$  | (ii) $\cot^{-1} x$                      |
| (3) $\int \tan x dx$           | (iii) $\frac{ax}{\log_e^a}$             |
| (4) $\int -\frac{1}{1+x^2} dx$ | (iv) $\log x$                           |
| (5) $\int a^x dx$              | (v) $\log \sec x$<br>(vi) $\sin^{-1} x$ |

Match the column:

- | “A”                            | “B”                                     |
|--------------------------------|---|
| (1) $\int \frac{1}{x} dx$      | (i) $\tan^{-1} x$                       |
| (2) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$  | (ii) $\cot^{-1} x$                      |
| (3) $\int \tan x dx$           | (iii) $\frac{ax}{\log_e^a}$             |
| (4) $\int -\frac{1}{1+x^2} dx$ | (iv) $\log x$                           |
| (5) $\int a^x dx$              | (v) $\log \sec x$<br>(vi) $\sin^{-1} x$ |

खण्ड — “ब”

### Section – “B”

प्र.6 यदि P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः (4, -1, 7) तथा (3, -3, -1) हैं, सदिश  $\overrightarrow{PQ}$  ज्ञात करके इसका मापांक ज्ञात कीजिए।

If the coordinates of P and Q are respectively (4, -1, 7) and

(3, -3, -1), find the vector  $\overrightarrow{PQ}$  and compute its magnitude.

### अथवा / OR

सदिश  $(\hat{i} - 2\hat{j})$  के समान्तर एकांक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find a unit vector parallel to the vector  $(\hat{i} - 2\hat{j})$ .

प्र.7 यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$  परस्पर लंबवत् हों तो (2)

अदिश  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$  are perpendicular to each other then find the value of scalar  $\lambda$ .

अथवा / OR

सदिश  $\hat{i} + \hat{j}$  पर सदिश  $\hat{i} - \hat{j}$  का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

Find the projection of Vector  $\hat{i} - \hat{j}$  on Vector  $\hat{i} + \hat{j}$ .

प्र.8 यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$  हों तो  $\vec{a} \times \vec{b}$  का मान ज्ञात (2)

कीजिए।

If  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$  then, find  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

अथवा / OR

उस गोले का सदिश समीकरण एवं कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र  $(-1, 0, 1)$  एवं त्रिज्या 2 हो।

Find the Vector equation and Cartesian equation of the circle whose centre is  $(-1, 0, 1)$  and radius is 2.

प्र.9  $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate  $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$ .

अथवा / OR

$\int x\sqrt{x^2 - 1} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate  $\int x\sqrt{x^2 - 1} dx$ .

प्र.10  $\int \frac{dx}{9-4x^2}$  का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate  $\int \frac{dx}{9-4x^2}$ .

अथवा / OR

$\int \log_e^x dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate  $\int \log_e^x dx$ .

प्र.11 दो रेखाओं के दिक अनुपात क्रमशः 2, 3, 6 व 1, 2, 2 हैं। इनके बीच का (3) न्यूनकोण ज्ञात कीजिए।

Find the acute angle between two lines whose direction ratios are 2, 3, 6 and 1, 2, 2 respectively.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि एक घन के विकर्णों के बीच का कोण  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$  होता है।

Show that the angle between any two diagonals of a cube is  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ .

प्र.12 बिन्दुओं A (2, -3, 4) व B (-5, 6, 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को व्यास (3) मानकर बनाये गये गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Obtain the equation of the sphere describe on the joining of the point A (2, -3, 4) and B (-5, 6, 7) as a diameter.

अथवा / OR

k का मान ज्ञात कीजिए यदि रेखाएँ।

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-20/3} = \frac{z-3}{2k} \quad \text{तथा} \quad \frac{x-1}{2k} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{-4} \quad \text{परस्पर लम्बवत् हैं।}$$

Find the value of k, if lines.

$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-20/3} = \frac{z-3}{2k}$  and  $\frac{x-1}{2k} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{-4}$  are mutually perpendicular.

प्र.13 सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि— (3)

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Prove by vector method that-

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है।(सदिश विधि से)

Prove that the angle in semi-circle is right angle. [By Vector Method].

प्र.14 यदि  $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  और  $2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$  के सदिशों के बीच का कोण  $\theta$  हो (3)  
तो सिद्ध कीजिए कि –

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{115}{147}}$$

Show that the angle between the vectors  $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  and  $2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$  is  $\theta$ . Prove that–

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{115}{147}}$$

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि :-

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

Prove that :-

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

प्र.15  $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए। (4)

Resolve  $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$  into partial fractions.

### अथवा / OR

$\frac{x^3}{(1-x)^4}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए।

Resolve  $\frac{x^3}{(1-x)^4}$  into partial fractions.

प्र.16 सिद्ध कीजिए कि – (4)

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{5}{12} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$$

Prove that –

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{5}{12} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$$

### अथवा / OR

यदि  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$  हो, तो सिद्ध किजिये कि –

$$xy + yz + zx = 1$$

If  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$ , then prove that -

$$xy + yz + zx = 1$$

प्र.17 प्रथम सिद्धांत से  $\cos x$  का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। (4)  
Differentiate  $\cos x$  by First Principle.

### अथवा / OR

यदि  $y = \log_e(\log_e \sin x)$  हो, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

If  $y = \log_e(\log_e \sin x)$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

प्र.18 यदि  $x^y = e^{y-x}$  तो, सिद्ध किजिए कि – (4)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - \log x}{(1 - \log x)^2}$$

If  $x^y = e^{y-x}$ , prove that -

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - \log x}{(1 - \log x)^2}$$

### अथवा / OR

यदि  $y = x^2 \log x$  हो तो, सिद्ध कीजिए कि –

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{-2}{x^2}$$

If  $y = x^2 \log x$  then, prove that –

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{-2}{x^2}$$

प्र.19 सिद्ध कीजिए कि फलन  $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$  सभी वास्तविक संख्याओं के (4) लिये वर्धमान है।

Prove that the function  $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$  is increasing in R.

अथवा / OR

फलन  $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$  के लिए अन्तराल  $[0, 3]$  में रोले के प्रमेय की जाँच कीजिए।

Verify Rolle's theorem for the function  $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$  in the interval  $[0, 3]$ .

प्र.20 सिद्ध कीजिए : सहसंबंध गुणांक  $\rho$  का मान -1 से +1 के बीच होता है। (4)  
Prove that : Value of correlation coefficient  $\rho$  lies between -1 to +1.

अथवा / OR

निम्नांकित मूल्य युग्मों के लिए सह-प्रसरण ज्ञात कीजिए :-

(1, 6), (2, 9), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 5), (7, 12), (8, 3),  
(9, 17), (10, 1).

Find covariance for the following data :-

(1, 6), (2, 9), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 5), (7, 12), (8, 3),  
(9, 17), (10, 1).

प्र.21 यदि समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः  $2x - 9y + 6 = 0$  तथा  $x - 2y + 1 = 0$  हों (4)  
तो, सह संबंध गुणांक की गणना कीजिए।

Given the regression lines as  $2x - 9y + 6 = 0$  and  $x - 2y + 1 = 0$  respectively, calculate the correlation coefficient.

अथवा / OR

निम्नलिखित आंकड़ों से  $y$  का मान ज्ञात कीजिए जबकि  $x = 12$ .

श्रेणी	x	y
माध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

सहसंबंध गुणांक  $\rho = 0.99$

Estimate the value of  $y$  from the following data when  $x = 12$ .

Series	x	y
Mean	7.6	14.8
Standard Deviation	3.6	2.5
Coefficient of correlation $\rho = 0.99$		

प्र.22 बिन्दु (2, -1, 5) से रेखा  $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} + \frac{z+8}{-11}$  पर खोंचे गए लम्ब का (5)  
पाद तथा लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the foot of the perpendicular drawn from the point (2, -1, 5) to the line  $\frac{x-11}{10} = \frac{y+2}{-4} + \frac{z+8}{-11}$ . Find also the length of the perpendicular.

### अथवा / OR

एक गोला बिन्दुओं (1, -3, 4), (1, -5, 2), (1, -3, 0) से गुजरता है, इसका केन्द्र समतल  $x + y + z = 0$  पर स्थित है। गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the sphere passing through the points (1, -3, 4), (1, -5, 2), (1, -3, 0) and its centre lying on the plane  $x + y + z = 0$ .

प्र.23 निम्नांकित का मान ज्ञात कीजिए :— (5)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cos x}{3x}$$

Evaluate :-  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cos x}{3x}$

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{जब } x \neq 1 \\ 2 & \text{जब } x = 1 \end{cases}$$

$x = 1$  पर असतत है।

Show that  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{when } x \neq 1 \\ 2 & \text{when } x = 1 \end{cases}$

Is discontinuous at  $x = 1$ .

प्र.24 सिद्ध कीजिए कि :— (5)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

Show that :-

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$$

### अथवा / OR

वृत्त खंड  $x^2 + y^2 = a^2$  के वृत्त का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the total area of circle whose first quadrant is  $x^2 + y^2 = a^2$ .

प्र.25 अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = 4y$  को हल कीजिए। (5)

Solve differential equation :-  $\frac{dy}{dx} = 4y$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$  का हल  $y = 4 \sin 3x$  है।

Verify that the solution of  $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$  is  $y = 4 \sin 3x$ .

प्र.26 52 ताशों को अच्छी तरह फेंटी हुई गड्ढी में से यादृच्छया 1 ताश निकाला (5) जाता है। इसके इकका या बादशाह होने की तथा न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A card is drawn at random from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is either an ace or a king and probability it is neither an ace nor a king.

अथवा / OR

यदि एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया गया हो तो इस वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Find the probability that a leap year selected at random will contain 53 Sundays.

---