

कुल प्रश्नों की संख्या : 26

Total No. of Questions: 26

कुल पृष्ठों की संख्या : 12

Total No. of Pages: 12

## हायर सेकेण्डरी परीक्षा, दिसम्बर – 2017

**150**

विषय : उच्च गणित

**Subject: HIGHER MATHEMATICS**

(Hindi & English Version)

समय : 03 घण्टे

Time : 03 Hours

पूर्णांक : 100

Maximum Marks : 100

---

**निर्देश :-**

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न पत्र में दो खण्ड दिये गये हैं खण्ड "अ" और खण्ड "ब"।
- (iii) खण्ड "अ" में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- (iv) खण्ड "ब" में प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं।
- (v) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (vi) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (vii) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।
- (viii) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

**INSTRUCTIONS: -**

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) Question paper has two section- section 'A' and section 'B'.
- (iii) In the section 'A' Question Nos. 1 to 5 are objective type Each question carries 5 marks.
- (iv) In the section 'B' Question Nos. 6 to 26 has internal option.
- (v) Q. Nos. 6 to 10 carry 2 marks each.
- (vi) Q. Nos. 11 to 14 carry 3 marks each.
- (vii) Q. Nos. 15 to 21 carry 4 marks each.
- (viii) Q. Nos. 22 to 26 carry 5 marks each.

## ਖਣਡ - 'ਅ'

### SECTION - 'A'

प्र.1 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए – \_\_\_\_\_ (5)

- (i) आंकिक विधियों सम्बन्धी सिम्पसन नियम के अनुसार सूत्र ..... है।

(ii) आंकिक विधियों सम्बन्धी समलम्ब चतुर्भुजीय नियम के अनुसार सूत्र ..... है।

(iii) आभासी स्थिति विधि ..... है।

(iv) न्यूटन – रैफसन विधि से  $\frac{5}{2}$  के निकट समीकरण  $x^2 - x - 5$  का मूल ..... है।

(v) न्यूटन – रैफसन विधि से किसी संख्या 'a' का वर्गमूल ज्ञात करने का सूत्र ..... है।

### Fill in the blanks:

- (i) Related to the Numerical method, the formula by Simpson's rule is .....
  - (ii) Related to the Numerical method, the formula by the trapezoidal rule is .....  
.....
  - (iii) Method of false Position is .....
  - (iv) The root of the equation  $x^2 - x - 5$  near  $\frac{5}{2}$  by Newton Raphson's method is  
.....
  - (v) By using Newton Raphson's rule for finding the square root of a number 'a' the formula is .....

प्र.2 सही जोड़ी बनाइये – (5)

- |  |   |
|--|---|
| (a) $\int_a^b f(x) dx =$                             | (i) $\int_a^b f(a+b-x) dx$                                  |
| (b) $\int_0^a f(x) dx =$                             | (ii) $f(x)$ विषम फलन हो                                     |
| (c) $\int_a^b f(x) dx =$                             | (iii) $\int_0^a f(a-x) dx$                                  |
| (d) $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , यदि                  | (iv) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ जहाँ $a < c < b$ |
| (e) $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ , यदि | (v) $f(2a-x) = f(x)$  |
|  | (vi) $f(x)$ सम फलन हो                                       |
|  | (vii) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$                            |

Match the correct pair:

Column 'A'	Column 'B'
(a) $\int_a^b f(x) dx =$	(i) $\int_a^b f(a+b-x) dx$
(b) $\int_0^a f(x) dx =$	(ii) $f(x)$ is an odd function
(c) $\int_a^b f(x) dx =$	(iii) $\int_0^a f(a-x) dx$
(d) $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , if	(iv) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ where $a < c < b$
(e) $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ , if	(v) $f(2a-x) = f(x)$
	(vi) $f(x)$ is an even function
	(vii) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$

प्र.3 एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए – (5)

- (i) यदि दो चरों  $x$  व  $y$  के बीच, मध्य स्तर का घनात्मक सह – सम्बन्ध है तो  $r$  का मान होगा।
- (ii) यदि दो चरों के मध्य सह –सम्बन्ध का अभाव हो तो, समाश्रयण रेखायें होंगी।
- (iii)  $\int e^x (\sin x + \cos x) dx$  का मान क्या होगा?
- (iv) कोई फलन  $f(x)$  बिन्दु  $x$ , पर उच्चिष्ठ है तो  $f^{11}(x_1)$  का मान होगा।
- (v)  $x$  के सापेक्ष  $\log(\sin x)$  का अवकलन होगा।

Give answer in one word/sentence:

- (i) If there is a middle level correlation between  $x$  and  $y$ , then value of  $r$  will be.
- (ii) If there is no correlation between two variables, the regression lines will be.
- (iii) What is the value of  $\int e^x (\sin x + \cos x) dx$  ?
- (iv) A function  $f(x)$  has maximum at the point  $x_1$ ; then the value of  $f^{11}(x_1)$  will be.
- (v) Differential coefficient of  $\log(\sin x)$  w. r. t  $x$  will be.

प्र.4 निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य बताइए –

(5)

- (i)  $\frac{e^x}{x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन  $\frac{e^x(x-1)}{x^2}$  है।
- (ii) यदि  $\vec{a}$  व  $\vec{b}$  दो असंरेख सदिश हैं तो  $|\vec{a} + \vec{b}| \geq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ .
- (iii) सदिश राशियों में योग का क्रम विनिमेय नियम लागू नहीं होता है।
- (iv) X-अक्ष की दिशा में कार्यरत् सदिश की दिक् – कोज्याएँ 1, 0, 0 होती हैं।
- (v) बिन्दु P (x, y, z) की XY – समतल से दूरी  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  होगी।

Write True / False in the following statements.

- (i) Differentiation of  $e^x/x$ . w. r. t.  $x$  is  $\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ .
- (ii) If  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are non coplanar then  $|\vec{a} + \vec{b}| \geq |\vec{a}| + |\vec{b}|$
- (iii) Vector addition does not obey commutative law.
- (iv) Direction cosines of X axis is 1, 0, 0.
- (v) Distance of the point P (x, y, z) from the plane – XY is  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

प्र.5 सही विकल्प चुनकर लिखिए –

(5)

- (i) बिन्दु (3, 2, 5) की X – अक्ष से दूरी है –
  - (a)  $\sqrt{28}$
  - (b)  $\sqrt{29}$
  - (c)  $\sqrt{30}$
  - (d) 3
- (ii) यदि P और Q के निर्देशांक (1, 2, 3) तथा (-1, 2, 1) हैं तो PQ के दिक् अनुपात होंगे –
  - (a) -2, 0, 2
  - (b) -2, 0, -2
  - (c) 2, 0, 2
  - (d) 2, 0, -2
- (iii) मूल बिन्दु से समतल  $6x - 3y + 2z + 14 = 0$  की दूरी होगी –
  - (a) -2
  - (b) 3
  - (c) 2
  - (d) 4
- (iv) यदि  $\tan^{-1} a - \tan^{-1} b = \tan^{-1} x$  हो, तो  $x$  का मान है –
  - (a)  $\frac{1-ab}{a+b}$
  - (b)  $\frac{1+ab}{a-b}$
  - (c)  $\frac{a+b}{1-ab}$
  - (d)  $\frac{a-b}{1+ab}$



### अथवा / OR

यदि  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  और  $\vec{c} = \hat{j} + \hat{k}$  तब  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  and  $\vec{c} = \hat{j} + \hat{k}$ , then find the value of  $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ .

- प्र.7 उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूलबिन्दु से 9 इकाई की दूरी पर है तथा सदिश  $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  पर लम्ब है। (2)

Find equation of the plane which is at a distance of 9 unit from the origin and perpendicular to the vector  $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ .

### अथवा / OR

उस गोले का सदिश समीकरण एवं कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र  $(2, -3, 4)$  तथा त्रिज्या 5 है।

Find the vector and Cartesian equation of the sphere whose center  $(2, -3, 4)$  and radius is 5.

- प्र.8 सिद्ध कीजिए की सदिश  $2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$  तथा  $-2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$  परस्पर लम्ब है? (2)

Prove that vectors  $2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$  and  $-2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$  are mutually perpendicular.

### अथवा / OR

यदि  $|\vec{a}|=6$  तथा  $|\vec{b}|=5$  और  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के बीच कोण  $30^\circ$  है, तो  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  ज्ञात कीजिए।

If  $|\vec{a}|=6$  and  $|\vec{b}|=5$  and angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is  $30^\circ$ , then find  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ .

- प्र.9  $\int x^2 \sec^2 x^3 dx$  का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate:  $\int x^2 \sec^2 x^3 dx$

### अथवा / OR

$\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate:  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

- प्र.10  $\int \frac{dx}{1+\cos 2x}$  का मना ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate:  $\int \frac{dx}{1+\cos 2x}$

### अथवा / OR

$\int \frac{1}{1-\sin x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate:  $\int \frac{1}{1-\sin x} dx$

- प्र.11 उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके व्यास के सिरों के निर्देशांक  $(2, -3, 4)$  और  $(-5, 6, -7)$  है। (3)

Find equation of the sphere, coordinates of extremities of whose diameter are  $(2, -3, 4)$  and  $(-5, 6, -7)$ .

### अथवा / OR

गोले  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$  का केन्द्र एवं त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find center and radius of the sphere  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$

- प्र.12 एक रेखा अक्षों के साथ कोण  $\alpha, \beta, \gamma$  कोण बनाती है। सिद्ध कीजिए कि – (3)

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$$

A line makes angle  $\alpha, \beta, \gamma$  with the coordinate axes, then prove that:

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$$

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए की बिन्दु A,B,C जिनके निर्देशांक क्रमशः  $(3, -2, 4), (1, 1, 1)$  तथा  $(-1, 4, -2)$  हैं, समरेखीय हैं।

Prove that the points A, B, C whose coordinate are respectively  $(3, -2, 4), (1, 1, 1)$  and  $(-1, 4, -2)$  are collinear.

- प्र.13 यदि  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  बिन्दुओं A तथा B के स्थिति सदिश हैं तब बिन्दु C का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए, यदि (3)

$$\overrightarrow{AC} = 3 \overrightarrow{AB}$$

If  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , are the position vector of A and B respectively then find the position vector of a point C on AB produced such that –

$$\overrightarrow{AC} = 3 \overrightarrow{AB}$$

### अथवा / OR

त्रिभुज ABC में भुजा BC का मध्य बिन्दु D है। सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$$

In  $\triangle ABC$ , D is the midpoint of BD, Prove that

$$\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$$

प्र.14 यदि सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  परस्पर लम्बवत हैं तो सिद्ध कीजिए— (3)

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$$

If vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are mutually perpendicular then prove that:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$$

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि अर्धवृत का कोण समकोण होता है।

Prove that the angle in a Semicircle is a right angle.

प्र.15  $\frac{x}{(1-x)^2}$  को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए। (4)

Resolve  $\frac{x}{(1-x)^2}$  into partial fractions.

### अथवा / OR

$\frac{3x+1}{(3x+4)^2}$  को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए।

Resolve  $\frac{3x+1}{(3x+4)^2}$  into partial fractions.

प्र.16 सिद्ध कीजिए की — (4)

$$\tan^{-1} x - \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x-y}{1+xy}$$

Prove that —

$$\tan^{-1} x - \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x-y}{1+xy}$$

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए की –

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} + \sin^{-1} \frac{8}{17} = \sin^{-1} \frac{77}{85}$$

Prove that –

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} + \sin^{-1} \frac{8}{17} = \sin^{-1} \frac{77}{85}$$

प्र.17 यदि  $y = x + \tan x$  हो तो सिद्ध कीजिए की –

(4)

$$\cos^2 x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x = 2y$$

If  $y = x + \tan x$ , then prove that

$$\cos^2 x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x = 2y$$

### अथवा / OR

यदि हो,  $y = x \sin x$  हो, तो सिद्ध कीजिए की –

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \cos x - x \sin x$$

If  $y = x \sin x$ , then prove that

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \cos x - x \sin x$$

प्र.18 यदि  $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots}}}$  हो, तो

(4)

सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$

If  $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots}}}$ , then prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$ .

### अथवा / OR

यदि  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$  हो, तो सिद्ध कीजिए की –

$$\frac{x^2 d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

If  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ , then prove that

$$\frac{x^2 d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

प्र.19 सिद्ध कीजिए कि  $x$  के सभी मानों के लिए  $f(x) = x + \sin x$  वर्द्धमान फलन है। (4)

Prove that the functions  $f(x) = x + \sin x$  is increasing functions for all values of  $x$ .

### अथवा / OR

एक गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या 10 सेमी/सेकेन्ड की एक समान दर से बढ़ रही है। गोले के पृष्ठ क्षेत्रफल में वृद्धि किस दर से होगी जबकि उसकी त्रिज्या 15 सेमी हो।

The radius of a spherical balloon is increasing at the constant rate of 10 cm/sec. At what rate is the surface area increasing when the radius is 15 cm.

प्र.20 निम्नलिखित आँकड़ों से कार्ल पियर्सन का सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। (4)

X	1	2	3	4	5
Y	2	5	7	8	10

Find Karl Pearson coefficient of correlation from the following data:

X	1	2	3	4	5
Y	2	5	7	8	10

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए की सहसम्बन्ध गुणांक का मान  $-1$  से  $1$  के बीच होता है।

Prove that the value of coefficient of correlation lies between -1 and 1.

प्र.21 निम्नांकित सारणी द्वारा ग्वालियर में 70 ₹ मूल्य के संगत भोपाल में सर्वाधिक उचित मूल्य ज्ञात कीजिए – (4)

	ग्वालियर	भोपाल
औसत मूल्य (₹)	65	67
मानक विचलन	2.5	3.5

दोनों नगरों में वस्तु के दो मूल्यों में सहसम्बन्ध + 0.8 है।

Find the maximum proper price at Bhopal corresponding to the price of ₹ 70 in Gwalior from the following data:

	Gwalior	Bhopal
Average Price (₹)	65	67
St. dev	2.5	3.5

Coefficient of correlation between the Price in two towns is + 0.8

### अथवा / OR

निम्नलिखित आंकड़ों से Y का मान ज्ञात कीजिए, जब  $x = 70$ , तथा सह सम्बन्ध गुणांक 0.8 है—

	x	y
माध्य	18	100
मानक विचलन	14	20

Find the value of Y from the following data when  $x = 70$  and coefficient of correlation is 0.8.

	x	y
Mean	18	100
S.D	14	20

प्र.22 सिद्ध कीजिए की दो समान्तर समतलों  $2x - 2y + z + 3 = 0$  तथा  $4x - 4y + 2z + 5 = 0$  के बीच की दूरी  $1/6$  है। (5)

Prove that the distance between two parallel planes  $2x - 2y + z + 3 = 0$  and  $4x - 4y + 2z + 5 = 0$  is  $1/6$ .

### अथवा / OR

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं  $(1, -2, 4)$  तथा  $(3, -4, 5)$  से होकर जाता है तथा समतल  $x + y - 2z = 6$  पर लम्ब हो।

Find the equation of the plane that passes through the points  $(1, -2, 4)$  and  $(3, -4, 5)$  and perpendicular to the plane  $x + y - 2z = 6$ .

प्र.23 सिद्ध कीजिए की निम्न फलन  $x = 3$  बिन्दु पर असंतत है— (5)

$$f(x) = \begin{cases} 3x, & x < 3 \\ 3, & x = 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$$

Prove that the following function is discontinuous at point  $x = 3$ .

$$f(x) = \begin{cases} 3x, & x < 3 \\ 3, & x = 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$$

### अथवा / OR

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$

प्र.24 सिद्ध कीजिए:  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan^2 x} = \frac{\pi}{4}$  (5)

Prove that:  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan^2 x} = \frac{\pi}{4}$

### अथवा / OR

सिद्ध कीजिए:  $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = 2$

Prove that:  $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = 2$

प्र.25 अवकलन समीकरण : (5)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x} \text{ को हल कीजिए।}$$

Solve the differential equation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$$

### अथवा / OR

अवकलन समीकरण :  $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$  को हल कीजिए।

Solve the differential equation:  $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$

प्र.26 दो धनाकार पासे एक साथ फेंके जाते हैं। पहले पासे पर सम संख्या या दोनों का योगफल 9 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (5)

Two Cubical dice are thrown simultaneously. Find the probability of getting an odd number on first dice or getting the sum 9 on two dice.

### अथवा / OR

एक थेले में 5 लाल तथा 7 काली गेंदें हैं। दूसरे में 4 नीली तथा 3 हरी गेंदें हैं। प्रत्येक थेले से 1 गेंद निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि –

- (1) एक गेंद लाल व एक गेंद नीली हो
- (2) एक गेंद हरी व एक गेंद काली हो।

A bag contains 5 red and 7 black balls. Second bag contains 4 blue and 3 green balls. 1 ball is drawn from each bag. Find the Probability for -

- (1) 1 red and 1 blue ball
- (2) 1 green and 1 black ball